مدل بیانکی نوع-٦ با گاز چاپلاین تعمیم یافته

علیرضا امانی[1]، نیما طهماسبی[2]، جعفر صادقی[2]

[1] *گروه فیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات آیت الله آملی*

[2] *گروه فیزیک، دانشگاه مازندران*

چکیده

در این مقاله، مدل کیهانشناسی ناهمسانگرد بیانکی نوع-٦را برای عالم پرشده از انرژی تاریک و گاز چاپلاین مورد بررسی قرار داده ایم. با فرض متناسب بودن اسکالر بسط با اسکالر برشی به حل کیهاشناسی پرداختیم. با رسم نمودار معادله حالت بر حسب زمان کیهانی، انبساط شتابدار عالم را توجیح نمودیم و از آنجا عامل مقیاس جهتی، پارامتر هابل، چگالی انرژی و فشار را به صورت تابعی بر حسب زمان کیهانی بدست آوردیم و نمودارهای مربوطه را رسم نمودیم.

مقدمه

مشاهدات اخیر کیهانشناسی نشان داده اند که عالم در حال انبساط شتابدار است. انبساط عالم به معنی افزایش فاصله متریک بین اجسام با زمان می باشد. این انبساط داخلی است یعنی به فاصله نسبی بین اجرام جهان برمیگردد و به معنی حرکت اجرام به سمت فضای بیرونی نیست. به منظور توضیح این پدیده، انرژی تاریک معرفی شده است. البته درک طبیعت انرژی تاریک یکی از بزرگترین چالش های فیزیک نظری مدرن می باشد. در واقع انرژی تاریک یک شکل فرضی از انرژی می باشد که در همه فضا نفوذ کرده است. در مدل استاندارد کیهانشناسی، تخمین زده شده است که ۷۳٪ از کل جرم-انرژی عالم را انرژی تاریک اشغال کرده است. انرژی تاریک به فشار منفی قوی برای توضیح شتاب مشاهده شده دررشد انبساط عالم نیاز دارد. برای توصیف انرژی تاریک مدل هایی از قبیل ثابت کیهانشناسی، میدان اسکالر، میدان تاکیونی و غیره با متریک FRW در فضا-زمان همسانگرد مطرح گردیده است. از آنجایی که داده های رصدی ناهمسانگردی‌های ناچیزی را تایید می‌کند لذا مدل‌های ناهمسانگرد بیانکی مطرح می شوند [۶-۱]. در حقیقت مدل های بیانکی توصیف کننده عالم همگن و ناهمسانگرد می باشند. که در این مقاله به طور خاص مدل بیانکی نوع ٦ مورد بررسی قرار گرفته است.

متریک و معادلات پایه

مدل بیانکی نوع-٦ که یک عالم همگن و ناهمسانگرد را توصیف می کند با متریک زیر تعریف می شود [۹-۷].

$$ds^2 = dt^2 - a_1^2 e^{-2mz} dx^2 - a_2^2 e^{2nz} dy^2 - a_3^2 dz^2 , \qquad (1)$$

که a_1، a_2 و a_3 عامل های مقیاس جهتی می باشند که توابعی وابسته به زمان هستند، m و n نیز ثابت های دلخواه هستند. معادله میدان انیشتین را به صورت $G_\mu^\nu = R_\mu^\nu - \frac{1}{2} R\delta_\mu^\nu = kT_\mu^\nu$ می‌توان نوشت. که در آن R_μ^ν تانسور ریچی، R اسکالر ریچی و $T_\mu^\nu = (\rho_{tot} + p_{tot}) u_\mu u^\nu - p_{tot}\delta_\mu^\nu$ تانسور انرژی-تکانه می‌باشد. عناصر قطری تانسور انرژی-تکانه به صورت $T_0^0 = \rho_{tot} = \rho_{de} + \rho_{ch}$ و $T_1^1 = -p_{tot} = -(p_{de} + p_{ch}) = T_2^2 = T_3^3$است. که در آن ρ_{de} و ρ_{ch} به ترتیب چگالی انرژی تاریک و گاز چاپلاین هستند، p_{de} و p_{ch} فشار انرژی تاریک و گاز چاپلاین می

باشند. معادله حالت گاز چاپلاین $p_{ch} = A\rho_{ch} - \frac{B}{\rho_{ch}^{\alpha}}$ است. در این مدل، عالم را ترکیبی از انرژی تاریک و گاز چاپلاین با معادلات پیوستگی $\dot{\rho}_{ch} + 3H(\rho_{ch} + p_{ch}) = 0$ و $\dot{\rho}_{de} + 3H(1+\omega_{de})\rho_{de} = 0$ در نظر می‌گیریم.

از معادلات فوق، چگالی انرژی گاز چاپلاین به شکل $\rho_{ch} = \left[\frac{B}{1+A} + a^{-3(1+A)(\alpha+1)}\right]^{\frac{1}{\alpha+1}}$ به دست می آید. با حل معادله اینشتین برای متریک (۱) خواهیم داشت [۷].

$$\frac{\dot{a}_1\dot{a}_2}{a_1a_2} + \frac{\dot{a}_2\dot{a}_3}{a_2a_3} + \frac{\dot{a}_1\dot{a}_3}{a_1a_3} - \frac{m^2 - mn + n^2}{a_3^2} = kT_0^0 , \quad \frac{\ddot{a}_2}{a_2} + \frac{\ddot{a}_3}{a_3} + \frac{\dot{a}_2\dot{a}_3}{a_2a_3} - \frac{n^2}{a_3^2} = kT_1^1 , \tag{۲}$$

$$\frac{\ddot{a}_3}{a_3} + \frac{\ddot{a}_1}{a_1} + \frac{\dot{a}_1\dot{a}_3}{a_1a_3} - \frac{m^2}{a_3^2} = kT_2^2 , \ \frac{\ddot{a}_1}{a_1} + \frac{\ddot{a}_2}{a_2} + \frac{\dot{a}_1\dot{a}_2}{a_1a_2} + \frac{mn}{a_3^2} = kT_3^3 , m\frac{\dot{a}_1}{a_1} - n\frac{\dot{a}_2}{a_2} - (m-n)\frac{\dot{a}_3}{a_3} = 0, \tag{۳}$$

که در رابطه فوق علامت نقطه نشانگر مشتق نسبت به زمان می‌باشد. بنابراین عامل مقیاس میانگین را بر حسب عامل-های مقیاس جهتی به صورت $a = \sqrt[3]{a_1a_2a_3}$ بیان می‌کنیم. همچنین حجم عالم نیز برابر $V = a^3 = a_1a_2a_3$ است.

اسکالر بسط را با عبارت $\theta = u^{\mu}_{;\mu} = \partial_{\mu}u^{\alpha} + \Gamma^{\mu\alpha}_{\mu}u^{\alpha} = \frac{\dot{a}_1}{a_1} + \frac{\dot{a}_2}{a_2} + \frac{\dot{a}_3}{a_3} = \frac{\dot{V}}{V},$ تعریف می‌کنیم. که در آن $\Gamma^{\mu\alpha}_{\mu}$ نماد کریستوفل می باشد. اسکالر برشی و تانسور برشی به صورت زیر تعریف می شوند.

$$\sigma^2 = \frac{1}{2}\sigma_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu} \ , \ \sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(u_{\mu;\alpha}p^{\alpha}_{\mu} + u_{\nu;\alpha}p^{\alpha}_{\mu}) - \frac{1}{3}\theta p_{\mu\nu} , \tag{٤}$$

که در آن $P^{\mu}_{\nu} = \delta^{\mu}_{\nu} - u^{\mu}u_{\nu}$, $P_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - u_{\mu}u_{\nu}$, $P^2 = P$است. عناصر قطری تانسور برشی عبارتند از:

$$\sigma^1_1 = \frac{\dot{a}_1}{a_1} - \frac{1}{3}\theta, \quad \sigma^2_2 = \frac{\dot{a}_2}{a_2} - \frac{1}{3}\theta, \quad \sigma^3_3 = \frac{\dot{a}_3}{a_3} - \frac{1}{3}\theta , \tag{٥}$$

پارامتر واشتاب، پارامتر های هابل جهتی و پارامتر هابل میانگین برابر هستند با:

$$q = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = 2 - 3\frac{V\ddot{V}}{\dot{V}^2} = -(1+\frac{\dot{H}}{H^2}), \ H_1 = \frac{\dot{a}_1}{a_1}, \quad H_2 = \frac{\dot{a}_2}{a_2}, \quad H_3 = \frac{\dot{a}_3}{a_3}, \ H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{1}{3}\frac{\dot{V}}{V}, \tag{٦}$$

از معادله آخر (۳) به $(\frac{a_1}{a_3})^m = \kappa_1(\frac{a_2}{a_3})^n$ می‌رسیم. برای آن که مولفه سوم عامل مقیاس را به دست آوریم، فرض می‌کنیم اسکالر بسط با مولفه‌ی سوم تانسور برشی به صورت $\theta = N_3\sigma_3^3$متناسب باشد. با قرار دادن این تناسب و اسکالر بسط در رابطه سوم تانسور برشی خواهیم داشت.

$$a_1 = \kappa_1^{\frac{1}{m+n}} N_0^{\frac{m-2n}{m+n}} V^{\frac{1}{3}+\frac{m-2n}{N_3(m-n)}}, \quad a_2 = \kappa_1^{-\frac{1}{m+n}} N_0^{\frac{n-2m}{m+n}} V^{\frac{1}{3}+\frac{m-2n}{N_3(m-n)}} , \quad a_3 = N_0 V^{\frac{1}{3}+\frac{1}{N_3}} , \tag{۷}$$

با تفریق رابطه دوم (۲) ازاول (۳) و قرار دادن a_1، a_2و a_3 در آن، داریم.

$$\frac{\ddot{V}}{V} - \frac{N_3(m+n)^2}{3N_0^2 V^{\frac{2}{3}+\frac{2}{N_3}}} = 0 \ \Rightarrow \ \dot{V} = \sqrt{A_1 V^{\frac{-(2N_3+6)}{3N_3}} + \frac{C_0}{V^2}} \tag{۸}$$

با تقسیم رابطه فوق بر V، اسکالر بسط و پارامتر واشتاب را به شکل زیر به دست می آوریم.

$$\theta = 3H = \frac{\dot{V}}{V} = \sqrt{A_1 V^{\frac{4N_3-6}{3N_3}} + C_0} , \quad q = 2 - 3\frac{A_0 V^{\frac{-(2N_3+6)}{3N_3}}}{A_1 V^{\frac{-(2N_3+6)}{3N_3}} + C_0 V^{-2}} , \tag{۹}$$

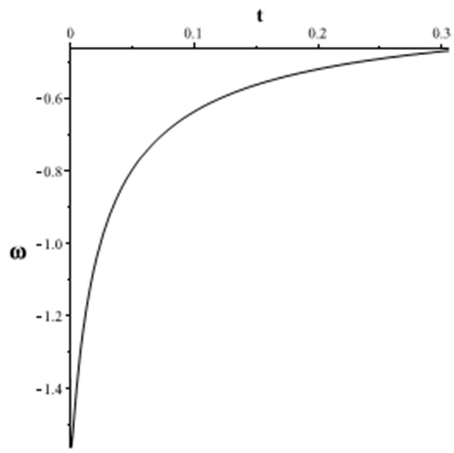
نسبت فشار به چگالی انرژی را معادله حالت ($\omega_{de} = \frac{p_{de}}{\rho_{de}}$) می‌نامیم، که چگالی انرژی و فشار از روابط بالا می‌شوند.

$$\rho_{de} = \frac{1}{k}\left\{\frac{X_1}{V^2} - X_2 V^{\frac{-(2N_3+6)}{3N_3}}\right\} - \left[\frac{B}{1+A} + V^{-(1+A)(\alpha+1)}\right]^{\frac{1}{\alpha+1}}, \qquad (۱۰)$$

$$p_{de} = \left\{\frac{1}{k}\left[X_1 - X_4 V^{\frac{(4N_3-6)}{3N_3}}\right] - A\left[\frac{B}{1+A} + a^{-3(1+A)(\alpha+1)}\right]^{\frac{1}{\alpha+1}} + \frac{B}{\left[\frac{B}{1+A} + a^{-3(1+A)(\alpha+1)}\right]^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}}\right\}, \qquad (۱۱)$$

که در آن

$$X_1 = \left[\frac{1}{3} - 3\frac{m^2 - mn + n^2}{N_3^2\,(m+n)^2}\right]C_0\,, X_2 = \frac{m^2 - mn + n^2}{N_0^2}, X_4 = \frac{2N_3 - 3}{3N_3}A_0 + \frac{mn}{N_0^2} - \frac{X_1 A_1}{C_0}, \qquad (۱۲)$$



شکل ۱: نمودار معادله حالت بر حسب زمان.

نتیجه گیری

در این مقاله، تحول عالم را با استفاده از مدل بیانکی نوع-٦ با ترکیبی از مولفه های انرژی تاریک و گاز چاپلاین بررسی نمودیم. با متناسب قرار دادن مولفه سوم تانسور برشی با اسکالر بسط، عامل های مقیاس را بر حسب حجم عالم محاسبه کردیم. برای آن که حجم عالم که وابسته به زمان کیهانی است را به دست آوریم، با قرار دادن عامل های مقیاس در معادلات اینشتین، معادله‌ی دیفرانسیلیی برای حجم عالم به دست آوردیم. سپس پارامتر هابل، چگالی انرژی و فشار را برای مولفه انرژی تاریک محاسبه کردیم. در خاتمه نمودارهای مربوطه را بر حسب زمان کیهانی رسم نمودیم، و از آنجا انبساط شتابدار عالم را از طریق معادله حالت نشان دادیم.

مرجع‌ها

[1] Amirhashchi. H, Pradhan. A, and Saha. B, Astrophys. Space Sci. 333 295 (2011).
[2] Amirhashchi. H, Pradhan. A, and Saha. B, Chinese Phys. Lett. 3 039801 (2011).
[3] Pradhan. A, Amirhashchi. H, and Saha. B, Int. J. Theor. Phys. 50 2923 (2011).
[4] Pradhan. A, Amirhashchi. H, and Saha. B, Astropys. Space Sci. 333 343 (2011).
[5] Saha. B, Amirhashchi. H, and Pradhan. A, Astrophys. Space Sci. 2012 (online first)
[6] Yadav. A.K and Saha. B, Astrophys. Space Sci. 337 759 (2012).
[7] Saha. B, Phys. Rev. D 69 124006 (2004).
[8] Saha. B, Gravitation - Cosmology 16 160 (2010).
[9] Saha. B and Visinescu. M, Romainan J. Phys. 55 1064 (2010).