

محاسبه سطح مقطع پراکندگی نوکلئون_نوکلئون با پتانسیل مرکزی

مریم، امینی؛ محمدرضا، شجاعی
دانشگاه صنعتی شاهرود، دانشکده فیزیک، گروه فیزیک هسته ای

چکیده

پراکندگی یکی از مهمترین روشهای موجود برای شناخت نیروهای هسته ای و قوانین حاکم بر برهم کنش های ذرات بنیادی است. در این مقاله پراکندگی نوکلئون-نوکلئون را در مجاورت یک پتانسیل مرکزی مورد بررسی قرار داده ایم. برای این کار معادله شرودینگر را با یک پتانسیل مرکزی بطور تحلیلی حل نموده و طیف انرژی و ویژه توابع آن را بدست آورده ایم و به ازای پارامترهای مختلف، دامنه پراکندگی و سطح مقطع پراکندگی را محاسبه نموده ایم.

سطح مقطع پراکندگی

برای بررسی و کاوش نیروهای هسته ای و قوانین حاکم بر برهم کنش های ذرات تنها روش موجود استفاده از پراکندگی ذرات گوناگون از هدف های مختلف است. با بررسی پراکندگی می توان خواص برهم کنش بین نوکلئون ها را مشخص کرد. در اینجا هدف بررسی پراکندگی پروتون-پروتون است روش ایده آل برای بحث در مورد پراکندگی فرمولبندی معادلاتی است. یک ذره ورودی، که توسط یک بسته موج توصیف میشود به هدف نزدیک می شود و با هدف یک برهم کنش ایجاد می کند و در آخر دو بسته موج داریم: یکی به مسیر مستقیم ادامه میدهد، که توصیف کننده ی بخش پراکنده نشده ی باریکه است و دیگری تحت یک زاویه منحرف شده که نشان دهنده ی ذرات پراکنده شده است. تعداد ذرات پراکنده شده در یک زاویه ی فضایی معین بر واحد زمان و واحد شار ورودی بصورت سطح مقطع دیفرانسیلی برخورد $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)$ توصیف میشود و سطح مقطع کل برابر احتمال کل پراکندگی در تمام راستاهاست

$$\sigma_{tot}(k) = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad \text{که برابر است با:} \quad (1)$$

برای محاسبه دامنه پراکندگی را با در نظر گرفتن δ_l که تغییر فاز را نشان می دهد خواهیم داشت: [1]

$$f_l = k \exp(i\delta_l) \sin(\delta_l) \quad (2)$$

که در این روابط $k = \sqrt{\frac{2\mu E}{\hbar^2}}$ ، عدد موج را نشان میدهد.

با استفاده از رابطه زیر که سطح مقطع کل پراکندگی را نشان می دهد برای مقادیر مختلف سطح مقطع کل را محاسبه نمودیم و آن را با مقادیر تجربی بدست آمده ، مقایسه کردیم و دیدیم هم خوانی قابل قبولی دارد:

$$\sigma_l = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l \quad (3)$$

از این رو با یک پتانسیل پیشنهادی پراکندگی پروتون-پروتون را مورد بررسی قرار دادیم. پتانسیلی که در این مقاله پیشنهاد میکنیم پتانسیل وودساکسون است که یکی از پتانسیل های مهم در فیزیک هسته ای، است: [2]

$$V(r) = \frac{-V_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} \quad (4)$$

پارامترهای R و a به ترتیب شعاع میانگین و ضخامت پوست هستند. عمق چاه V_0 چنان تنظیم می شود که برای انرژیهای جدایی از مرتبه 50MeV است. مسئله پراکندگی پروتون-پروتون را در دستگاه مختصات مرکز جرم حل کردیم، μ جرمی است که در معادله شرودینگر ظاهر شده و جرم کاهیده است که تقریباً برابر نصف جرم پروتون است. و از آن جایی که معادله شرودینگر با این پتانسیل بطور دقیق و تحلیلی قابل حل نمی باشد معمولاً از روشهای تقریبی یا عددی برای حل آن استفاده می کنند. با بدست آوردن ویژه مقادیر انرژی، دامنه پراکندگی و سطح مقطع پراکندگی را محاسبه نمودیم.

در انرژی های پایین، پراکندگی عمدتاً در حالت S رخ می دهد، بطوری که می توانیم روی مقدار $l=0$ متمرکز شویم. [1] در این مقاله با در نظر گرفتن روابط فوق و ویژه مقادیر انرژی دامنه پراکندگی و سطح مقطع پراکندگی پروتون-پروتون را در مجاورت پتانسیل وود ساکسون بررسی کردیم به همین منظور باید در ابتدا معادله شرودینگر را با پتانسیل وود ساکسون حل نمود و ویژه مقادیر انرژی را بدست آورد. یکی از روش های حل سیستم های کوآنتومی روش NU است. از آنجایی که یافتن جوابهای دقیق معادله شرودینگر جز در موارد خاص به روش های معمول غیرممکن است، لذا بکار بستن این روش میتواند در حل این مشکل ما را یاری کند. این روش بر اساس یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم پایه ریزی شده است که پس از انتخاب یک تغییرمتغیر مناسب، $s = s(r)$ معادله تبدیل یافته بصورت زیر است: [3]

$$\psi_n''(s) + \frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)} \psi_n'(s) + \frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)} \psi_n(s) = 0 \quad (5)$$

که σ و $\tilde{\sigma}$ چندجمله ای های حداکثر از درجه دوم و $\tilde{\tau}$ چندجمله ای حداکثر از درجه اول است. [3]

با قرار دادن پتانسیل در معادله شرودینگر و برای رسیدن به فرم اصلی در روش NU ، بادر نظر گرفتن، $r - R_0 \equiv r$ ، $\frac{1}{a} \equiv 2\alpha$ ، $s = -e^{2\alpha r}$ ، آنگاه خواهیم داشت: [4]

$$\frac{d^2 R(s)}{ds^2} + \frac{1-s}{s(1-s)} \frac{dR(s)}{ds} + \frac{1}{s^2(1-s)} \times [-\varepsilon s^2 + (2\varepsilon - \beta)s + \beta - \varepsilon] R(s) = 0 \quad (6)$$

که در رابطه فوق:

$$\varepsilon = -\frac{2mE}{2\hbar^2\alpha^2} > 0 \quad (E < 0) \quad (7)$$

$$\beta = \frac{mV_0}{2\hbar^2\alpha^2} \quad (\beta > 0) \quad (8)$$

با استفاده از روابط در روش NU ، ویژه مقادیر انرژی با در نظر گرفتن [4]: $2\alpha = \frac{1}{a}$

$$E_n = -\frac{\hbar^2}{2ma^2} \left[\left(\frac{ma^2V_0}{\hbar^2(n+1)} \right)^2 + \left(\frac{n+1}{2} \right)^2 + \frac{ma^2V_0}{\hbar^2} \right] \quad (9)$$

وتابع موج بصورت زیر خواهد شد:

$$R_n(s) = c_n (1-s) s^{\sqrt{\varepsilon-\beta}} P_n^{(2\sqrt{\varepsilon-\beta}, 1)}(1-2s) \quad (10)$$

که C_n ثابت نرمالیزاسیون و $P_n^{(\alpha,\beta)}$ چند جمله ای ها ژاکوبی هستند.

زمانی که ویژه مقادیر انرژی را بدست آوردیم با قرار دادن آن در روابط (3) و (4)، دامنه پراکندگی و سطح مقطع پراکندگی را به ازای مقادیر مختلفی از V_0 که عمق چاه پتانسیل و r که نشان دهنده ی برد پتانسیل است بدست آوردیم، که برخی از نتایج بدست آمده را در جدول زیر ذکر کرده ایم که تقریباً همخوانی فابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی دارد. [5]

جدول 1: دامنه و سطح مقطع پراکندگی با در نظر گرفتن $n=1$, $R=5.14\text{fm}$, $a=0.65\text{fm}$

$V_0(\text{MeV})$	$r(\text{fm})$	$E_n(\text{MeV})$	f	$\sigma_{tot}(b)$
37.25	6.10	-37.006	-4.477	4.777
37.53	1.31	-37.159	4.393	4.384
49.03	1.28	43.544	5.103	5.410
49.25	5.31	43.668	-4.797	3.743

نتیجه گیری

در این مقاله ما به بررسی پراکندگی پروتون-پروتون پرداختیم و دامنه پراکندگی و سطح مقطع کل پراکندگی پروتون-پروتون را برای یک پتانسیل مرکزی محاسبه کردیم ، و آنگاه با مقایسه مقادیر بدست آمده با مقادیر تجربی در میابیم که کار ما همخوانی قابل توجهی با نتایج آزمایشگاهی دارد. این کار می تواند برای پتانسیل های مختلف قابل استفاده باشد و نتایج بهتری کسب کرد. همچنین برای توصیف بهتر دیگر سیستم های فیزیکی نیز می تواند مفید باشد.

مراجع

- [1] Vania E Barlette, Marcelo M Leite and Sadhan K Adhikari “Quantum scattering in one dimension” (2008)
- [2] .M. Brack, Rev.Mod. Phys. 65(1993) 677.
- [3] .A.F.Nikiforov, V.B.Uvarov, “Special Functions of Mathematical Physics” (1988).
- [4] . Ayse Berkdemir, Cuneyt Berkdemir and Ramazan Sever ,,Eigenvalues and Eigenfunction of Wood-Saxon Potential in PT Symmetric Quantum Mechanics,,.
- [5] .Gibson W G 1987 Phys . Rev . A **36** 564