دوگانگی-S در دامنه پراکندگی حاصل از کنش موثر یک D_۳-غشاء

محمد رضا گروسی ، حسین بابایی آقبلاغ

دانشگاه فردوسی مشهد

چکیده

در این مقاله پس از معرفی دوگانگی-S، دامنه پراکندگی سه ریسمان باز و یک ریسمان بسته را از کنش موثر یک **D_۳**-غشاء محاسبه کردیم. نشان دادیم که دامنه پراکندگی سه میدان پیمانه‌ای و یک میدان دو فرم R-R تحت دوگانگی-S بدون حضور میدان اکسیون به دامنه پراکندگی سه میدان پیمانه‌ای و یک میدان دو فرم NS-NS تبدیل می‌شود. همچنین در حضور میدان اکسیون یک شکل S-دوگان ناوردا برای مجموع دامنه ها بدست آوردیم.

دوگانگی-S

دوگانگی-S یک دوگانگی در الکترومغناطیس است و این دوگانگی-S را می‌توان در تئوری ماکسول در سطح معادلات حرکت و تانسور انرژی ممنتوم مشاهده کرد. می‌توان تحقیق کرد که معادلات حرکت وتانسور انرژی ممنتوم تئوری ماکسول تحت تبدیلات دوگانی $(\vec{E},\vec{B}) \to (-\vec{B},\vec{E})$ ناوردا باقی می‌مانند. کنش این تئوری با چگالی لاگرانژی $L=-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ تحت این تبدیلات ناوردا نیست. اگر $*F^{\mu\nu}$ را به صورت $*F^{\mu\nu}=\frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}F_{\alpha\beta}$ تعریف کنیم، برای معادلات حرکت و تانسور انرژی ممنتوم خواهیم داشت.

$$\partial_\mu F^{\mu\nu}=0=\partial_\mu * F^{\mu\nu} \qquad (۱)$$

$$T^{\mu\nu}=\mathrm{F}^{\mu\rho}\mathrm{F}^{\nu}{}_{\rho}+*\,\mathrm{F}^{\mu\rho}*\mathrm{F}^{\nu}{}_{\rho}$$

که آشکارا تحت تبدیلات $F\to *F\ ,\ *F\to -F$ ناوردا هستند. تعمیم این دوگانگی برای میدان پیمانه‌ای و میدان‌های NS-NS و R-R به شکل زیر است[**۱**].

$$\mathcal{B}\to(\Lambda^{-1})^T\mathcal{B}\quad,\quad \mathcal{F}\to(\Lambda^{-1})^T\mathcal{F}\quad,\quad M\to\Lambda M\Lambda^{-1}\qquad;\ \Lambda\in SL(2,R) \qquad (۲)$$

که $\mathcal{B}$ ، $\mathcal{F}$ و M به شکل زیر تعریف می‌شوند.

$$\mathcal{B}=\begin{pmatrix}B\\ \mathrm{C}^{(2)}\end{pmatrix}\quad;\quad \mathcal{F}=\begin{pmatrix}*\mathrm{F}\\ \mathrm{e}^{-\varphi}\mathrm{F}-C_0*\mathrm{F}\end{pmatrix}\ ;\ \ M=\mathrm{e}^{-\varphi}\begin{pmatrix}|\tau|^2 & C_0\\ C_0 & 1\end{pmatrix} \qquad (۳)$$

در اینجا $\tau=C_0+ie^{-\varphi}$ است.

دوگانگی-S در دامنه پراکندگی

نشان داده شده که دامنه پراکندگی در تئوری ابرریسمان نوع IIB تحت تبدیلات دوگانگی-S ناوردا است [**۳،۲**]. انتظار داریم این تقارن در دامنه پراکندگی حاصل از کنش موثر نیز مشاهده شود. کنش موثر یک D_p-غشاء شامل دو بخش دیراک-بورن-اینفلد و چرن-سیمونز می‌باشد، این کنش در مختصات انیشتین به شکل زیر است.

$$S_{D3} = -T_{D3}\int d^4x\sqrt{-\det(g_{ab}+e^{-\frac{\varphi}{2}}B_{ab})} + T_{D3}\int[C^{(4)}+C^{(2)}\wedge \mathrm{B}+C^{(0)}\wedge \mathrm{B}\wedge \mathrm{B}] \qquad (٤)$$

میدان پیمانه‌ای آبلی می‌تواند با تبدیل $B \to B + 2\pi\alpha' F$ به کنش اضافه شود. اگر کنش موثر **۳**_D–غشاء را بسط دهیم، می‌توانیم از قواعد فاینمن دامنه پراکندگی سه میدان پیمانه‌ای و یک میدان دو فرم R-R را به شکل زیر محاسبه کنیم.

$$A\left(C_4{}^{(2)}\right) \sim -\frac{e^{-\varphi}}{k_4.k_4}[k_4.F_1.F_2.F_3.* C_4{}^{(2)}.k_4 - \frac{1}{4}k_4.F_1.* C_4{}^{(2)}.k_4Tr(F_2.F_3) + P(1,2,3)] \qquad (\mathbf{٥})$$

در اینجا از ثابت‌های T_{D3} و $2\pi\alpha'$ که یک ضریب کلی می‌باشند چشمپوشی می‌کنیم و همچنین $P(1,2,3)$ پنج جایگشت دیگراندیس‌های **۱**، **۲** و**۳** می‌باشد.

دوگانگی–S خطی بدون حضور اکسیون (C_0 =0) به شکل زیر می‌باشد.

$$\begin{cases} C^{(2)} \to \mathrm{B} \\ \mathrm{B} \to -C^{(2)} \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} F_{ab} \to \mathrm{e}^{-\varphi} * \mathrm{F} \\ \mathrm{e}^{\varphi} \to \mathrm{e}^{-\varphi} \end{cases} \qquad (٦)$$

می‌خواهیم نشان دهیم، دامنه پراکندگی (**۵**) با اعمال این دوگانگی به دامنه پراکندگی سه میدان پیمانه‌ای و یک میدان دو فرم NS-NS تبدیل می‌شود. برای این منظور دوگانگی–S را روی جملات دامنه پراکندگی سه میدان پیمانه‌ای و یک میدان دو فرم R-R اعمال می‌کنیم. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\mathrm{e}^{-\varphi}k_4.F_1.F_2.F_3.* C_4{}^{(2)}.k_4 \to -\frac{e^{-2\varphi}}{16}k_{4_a}\epsilon^{abkl}\epsilon_{bcnm}\epsilon^{cdgh}\epsilon_{deij}F_{1kl}F_2{}^{nm}F_{3gh}B^{ij}\ k_4{}^e \qquad (٧)$$

$$\mathrm{e}^{-\varphi}k_4.F_1.* C_4{}^{(2)}.k_4Tr(F_2.F_3) \to -\frac{e^{-2\varphi}}{16}k_{4_a}\epsilon^{abkl}\epsilon_{bcnm}\epsilon^{degh}\epsilon_{deij}F_{1kl}F_{2gh}F_3{}^{ij}B^{nm}\ k_4{}^c$$

در اینجا از پایستگی تکانه $k_4 = -(k_1+k_2+k_3)$ استفاده کرده ایم. می‌توانیم با استفاده مناسب از اتحاد $\epsilon^{acde}\epsilon_{bcfg} = -\delta^a_b\left(\delta^d_f\delta^e_g - \delta^d_g\delta^e_f\right) + \cdots$ دامنه پراکندگی سه میدان پیمانه‌ای و یک میدان دو فرم NS-NS را بدست آوریم.

$$A\left(C_4{}^{(2)}\right) \to A(B_4) \qquad (\mathbf{٨})$$

که $A(B_4)$ به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} A(B_4) \sim -\frac{1}{2}e^{-2\varphi}\left[Tr(B_4.F_1.F_2.F_3) - \frac{1}{4}Tr(B_4.F_1)Tr(F_2.F_3)\right] + \\ \frac{e^{-2\varphi}}{k_4.k_4}[k_4.F_1.F_2.F_3.B_4.k_4 - \frac{1}{4}k_4.F_1.B_4.k_4Tr(F_2.F_3) + P(1,2,3)] \end{aligned} \qquad (\mathbf{٩})$$

این دامنه شامل دو بخش جملات اتصالی و پل بی جرم می‌باشد. تمام جملات این دامنه با استفاده از اعمال دوگانگی–S روی دامنه پراکندگی (**۵**) بدست آمده است. محاسبه مستقیم دامنه پراکندگی از قواعد فاینمن این موضوع را تائید می‌کند.

شکل S–دوگان دامنه پراکندگی

می‌خواهیم در حضور میدان پس ضمینه اکسیون C_0 مجموع دامنه‌های پراکندگی (**۵**) و (**۹**) را به شکل S–دوگان ناوردا بنویسیم. برای این منظور دو ساختار S–دوگان ناوردای زیر را در نظر می‌گیریم.

$$\begin{cases}(*\mathcal{F}^T)_a{}^c\, M\mathcal{B}_{\mathrm{cb}} = \mathrm{e}^{-\varphi}\mathrm{F_a}{}^{\mathrm{c}}\mathrm{B_{cb}} - (*F)_a{}^c C^{(2)}{}_{cb} - C_0(*F)_a{}^c\mathrm{B_{cb}} \\ (\mathcal{F}_1{}^T)_a{}^c M\mathcal{F}_{2\mathrm{cb}} = \mathrm{e}^{-\varphi}[(*\,\mathrm{F}_1)_\mathrm{a}{}^\mathrm{c}(*\,\mathrm{F}_2)_\mathrm{cb} + \mathrm{F}_{1\mathrm{a}}{}^\mathrm{c}\mathrm{F}_{2\mathrm{cb}}]\end{cases} \qquad (۱۰)$$

از ساختارهای بالا می‌توانیم عبارت زیر را بسازیم.

$$A = \frac{1}{4}Tr\left(\mathcal{F}_1{}^T M\mathcal{F}_2 * \mathcal{F}_3{}^T M\mathcal{B}_4\right) - \frac{1}{2\,k_4.k_4}k_4.\mathcal{F}_1{}^T M\mathcal{F}_2 * \mathcal{F}_3{}^T M\mathcal{B}_4.k_4 + P(1,2,3) \qquad (۱۱)$$

رابطه (**۱۱**) تمام جملات دامنه پراکندگی سه میدان پیمانه‌ای و یک میدان دو فرم NS-NS و دامنه پراکندگی سه میدان پیمانه‌ای و یک میدان دو فرم R-R را تولید می‌کند. همچنین بغیر از دو دامنه ذکر شده یک سری جملات دیگر نیز تولید می‌شوند. این جملات اضافی سهم دامنه پراکندگی مربوط میدان اکسیون می‌باشد که به صورت دامنه پراکندگی سه میدان پیمانه‌ای و یک میدان دو فرم NS-NS در پس ضمینه اکسیون ظاهر می‌شود. این دامنه به شکل زیر است:

$$A(C^{(0)}) \sim \frac{C_0 e^{-\varphi}}{k_4.k_4}\left[k_4.F_1.F_2.F_3.*B_4.k_4 - \frac{1}{4}k_4.F_1.*B_4.k_4 Tr(F_2.F_3) + P(1,2,3)\right] \qquad (۱۲)$$

محاسبه مستقیم این دامنه پراکندگی از قواعد فاینمن با نتایج حاصل از دوگانگی-S یکسان است.

بنابراین خواهیم داشت:

$$A = A\left(C_4{}^{(2)}\right) + A(B_4) + A(C^{(0)}) \qquad (۱۳)$$

ما همچنین پس از محاسبه دامنه پراکندگی یک میدان پیمانه‌ای و دو میدان اسکالر و یک میدان دوفرم، یک شکل نیز برای این دامنه پراکندگی نوشتیم ***[٤]***

نتیجه گیری:

برای یک **۳**_D-غشاء در حد انرژی‌های پایین، دامنه پراکندگی شامل جملات اتصالی و پل‌های بی جرم باید تحت تبدیلات دوگانگی-S ناوردا می‌باشند. ما در این مقاله درستی این مطلب را برای دامنه پراکندگی سه میدان پیمانه‌ای آبلی و یک میدان دوفرم را بررسی کردیم و نشام دادیم یک شکل S-دوگان ناوردا برای این دامنه وجود دارد.

مرجع ها

*1. G.w. Gibbons and D.A.rasheed, Phys. Lett. B **365, 46 (1996)***

*2. M.R. Garousi, JHEP **1111,016 (2011)***

*3. M.R. Garousi, Phys.Rev.D **84,126019 (2011)***

*4. H. Babaei-Aghbolagh and M.R. Garousi, arxiv:**1304.2938[hep-th] (2013)***