کوانتم دیسکورد (QD)حالت X شکل در حضور نویز دامنه

حمیده افتخاری [۱]، اسفندیار فیضی [۲]

[۱و۲] *دانشگاه شهید مدنی آذربایجان*

چکیده

کوانتم دیسکورد همبستگی های کوانتمی را که در حالتهای آمیخته جداپذیر وجود دارد و توسط درهمتنیدگی مشخص نمی شود را مشخص می کند. در اینجا کوانتم دیسکورد(QD) سیستم های دو کیوبیتی X شکل، در حضور نویز دامنه بررسی شده است. همچنین QD با یک سنجه درهمتنیدگی (concurrence) مقایسه شده است. نتایج نشان می دهد که رابطه خاصی بین کوانتم دیسکورد و درهمتنیدگی وجود ندارد.

کوانتم دیسکورد(QD)، یک نوعی از همبستگی کوانتمی است که به عنوان اختلاف بین اطلاعات متقابل کوانتمی و همبستگی کلاسیکی تعریف شده است. در حالت کلی، این همبستگی با درهمتنیدگی تفاوت دارد و حتی ممکن است برای حالتهای جدا پذیر غیرصفر باشد. حتی در حالت ساده سیستم های کوانتمی دو جزیی، این نوع خاص همبستگی کوانتمی کاربرد های مهمی در فرایند اطلاعات کوانتمی دارد.

برای یک حالت ρ داده شده برای سیستم شامل دوکیوبیت تحول زمانی حالت به صورت زیر بیان می شود[1].

$$\rho(t)=\sum_{\mu}k_{\mu}(t)\rho(0)k_{\mu}^{+}(t) \qquad (۱)$$

عملگرهای کراوس در شرط $\sum_{\mu}k_{\mu}^{+}k_{\mu}=1$ صدق می کنند، در حالت نویز دامنه برای سیستم دو کیوبیتی در دمای صفر درجه این عملگرها به صورت زیر بیان می شوند.

$$F_1=\begin{pmatrix}\gamma_A & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix}\gamma_B & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},F_2=\begin{pmatrix}\gamma_A & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix}0 & 0\\ \omega_B & 0\end{pmatrix},F_3=\begin{pmatrix}0 & 0\\ \omega_A & 0\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix}\gamma_B & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},F_4=\begin{pmatrix}0 & 0\\ \omega_A & 0\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix}0 & 0\\ \omega_B & 0\end{pmatrix} \qquad (۲)$$

برای محاسبه ی QD از حالت X شکل دوکیوبیتی که به صورت زیر است استفاده می کنیم.

$$\rho=\begin{pmatrix}a & 0 & 0 & w\\ 0 & b & z & 0\\ 0 & z^* & c & 0\\ w^* & 0 & 0 & d\end{pmatrix} \qquad (۳)$$

از میان حالتهای X شکل از حالت ورنرکه به صورت زیر می باشد، استفاده می کنیم[2].

$$\rho_W(t)=\frac{1-F}{3}I_4+\frac{4F-1}{3}\left|\psi^-\right\rangle\left\langle\psi^-\right| \qquad (٤)$$

تحول زمانی حالت ورنر تحت نویز دامنه از عملگرهای کراوس بدست می آید، به طوری که عناصر وابسته زمان زیر $\rho(t)$ را مشخص می کنند.

$$a(t)=\frac{1-F}{3}\gamma^4,b(t)=\frac{2F+1}{6}\gamma^2+\frac{1-F}{3}\gamma^2\omega^2 \qquad z(t)=\frac{1-4F}{6}\gamma^2 \qquad (۵)$$

$$c(t)=\frac{2F+1}{6}\gamma^2+\frac{1-F}{3}\gamma^2\omega^2,\ d(t)=\frac{1-F}{3}+\frac{2F+1}{3}\omega^2+\frac{1-F}{3}\omega^4$$

که در آن $\gamma=\exp[-\Gamma_{am}t/2]$ و $\omega^2=1-\gamma^2$ می باشد.

برای بدست آوردن اطلاعات متقابل به ویژه مقادیر ماتریس چگالی نیاز داریم، که ویژه مقادیر ماتریس چگالی حالت ورنر به صورت مقابل است: $\lambda_0=a(t), \lambda_1=d(t), \lambda_2=b(t)+z(t), \lambda_3=b(t)-z(t)$

اطلاعات متقابل کوانتمی به صورت زیر در می آید

$$I(\rho)=S(\rho^A)+S(\rho^B)+\sum_{j=0}^{3}\lambda_j\log\lambda_j \qquad (٦)$$

که در آن $S(\rho^A)$ و $S(\rho^B)$ آنتروپی ماتریس های چگالی کاهیده شده برای زیر سیستم A و B است و به صورت زیر است.

$$\begin{aligned}S(\rho^A)&=-[(a(t)+b(t))\log(a(t)+b(t))+(c(t)+d(t))\log(c(t)+d(t))]\\ S(\rho^B)&=-[(a(t)+c(t))\log(a(t)+c(t))+(b(t)+d(t))\log(b(t)+d(t))]\end{aligned} \qquad (٧)$$

در ادامه به محاسبه همبستگی کلاسیکی می پردازیم، یک موانع محاسبه کوانتم دیسکورد در پیچیدگی روش کمینه کردن برای محاسبه همبستگی کلاسیکی قرار دارد، اما خوشبختانه برای حالت های X شکل این کار انجام شده است[2].

$$\begin{aligned}&C(\rho)=\sup[\mathrm{I}(\rho|\{B_i\})]=S(\rho^A)-\min[S(\rho|\{B_i\})]=S(\rho^A)-S(\rho_0)\Big|_{\theta_{\sup}}\\ &\theta_{\sup}=\max\{\theta_1,\theta_2,\theta_3\},S(\rho_0)=-\frac{1-\theta}{2}\log_2\frac{1-\theta}{2}-\frac{1+\theta}{2}\log_2\frac{1+\theta}{2}\\ &\theta_1=\theta_2=\left|\sqrt{\frac{[\frac{1}{2}(a(t)-c(t)+b(t)-d(t))]^2+z^2(t)}{[\frac{1}{2}(a(t)+c(t)+b(t)+d(t))]^2}}\right|,\theta_3=\left|\frac{a(t)-c(t)}{a(t)+c(t)}\right|,\theta_4=\left|\frac{b(t)-d(t)}{b(t)+d(t)}\right|\end{aligned} \qquad (٨)$$

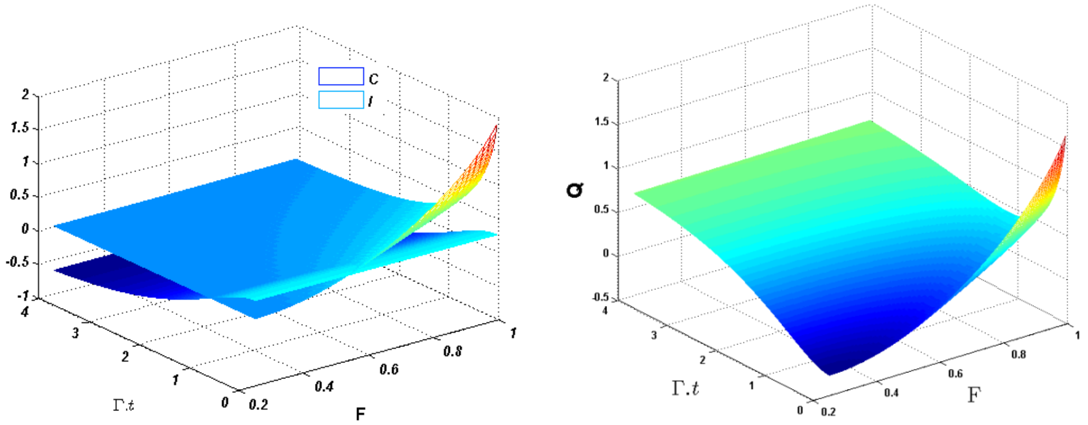
بنابراین با داشتن اطلاعات متقابل کوانتمی و همبستگی کلاسیکی می توانیم کوانتم دیسکورد را محاسبه کنیم:

$$Q(\rho)=I(\rho)-C(\rho) \qquad (٩)$$

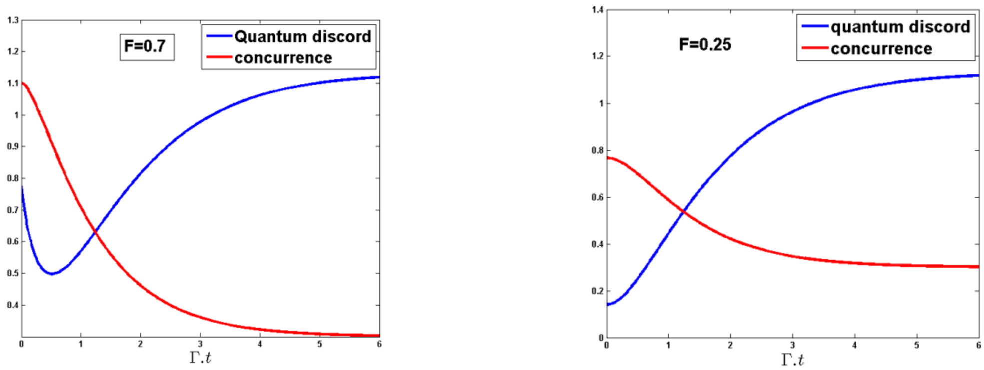
در شکل ١(الف) اطلاعات متقابل کوانتمی و همبستگی کلاسیکی نشان داده شده است. وشکل ١(ب) کوانتم دیسکورد حالت ورنر در حضور نویز دامنه را نشان می دهد. برای مطالعه رابطه بین کوانتم دیسکورد درهمتنیدگی ما یک سنجه درهمتنیدگی را انتخاب می کنیم. اگر چه سنجه های مختلف درهمتنیدگی [3]برای حالتهای جداپذیر و حالتهای بل نتایج یکسانی دارند، اما میزان درهمتنیدگی حالتهای آمیخته برای سنجه های مختلف نتایج متفاوتی دارد. ما در اینجا ترجیح می دهیم کوانتم دیسکورد را با concuurence [4] که برای حالت ورنر در حضور نویز دامنه به صورت زیر در می آید مقایسه کنیم.

$$C'(\rho)=2\max\{0,|z(t)|-\sqrt{a(t)d(t)}\} \qquad (١٠)$$

شکل ٢ کوانتم دیسکورد و concuurence حالت ورنر در حضور نویز دامنه، برای مقادیر مختلف $\Gamma.t$ و مقدار ثابت پارامتر F را نشان می دهد. خط قرمز concurrence و خط آبی کوانتم دیسکورد را نشان می دهد. همان طور که در شکل دیده می شود، کوانتم دیسکورد ابتدا کمتر از concurrence است اما پس از مدتی مقدار کوانتم دیسکورد مقدار بشتری نسبت به concurrence پیدا می کند.



شکل ۱: شکل سمت راست کوانتم دیسکورد، شکل سمت چپ مقایسه اطلاعات متقابل کوانتمی و همبستگی کلاسیکی



شکل۲:مقایسه کوانتم دیسکورد و concurrence

نتیجه گیری

به طور خلاصه، دینامیک کوانتم دیسکوردو concurrence تحت نویز دامنه روی دو کیوبیت که در ابتدا در حالت درهمتنیده ورنر قرار داشتند، بررسی شد. به طور آشکار کوانتم دیسکورد به طرز متفاوتی از concurrence رفتار می کند و رابطه سادهای بین آنها وجود ندارد، به طوری که ممکن است کوانتم دیسکورد بیشتر یا کمتر از concurrence باشد. تحول QD و درهمتنیدگی تحت نویز های متفاوتی که از محیط ناشی می شود مساله مهمی در حوزه ی اطلاعات کوانتمی است. مطالعه آن به فهم عمیق همبستگی های کوانتمی مختلف و انتخاب مطلوب یکی از آنها در فرایند اطلاعات کوانتمی دارد.

مرجع ها

1. T. Yu and J. H. Eberly, *Quant. Inf. and Com*. **7**, 459-468 (2007).
2. M. Ali, A. R. P. Rau and G. Alber, *Phys. Rev. A* **81**, 042105 (2010).
3. C. H. Bennett, D. P. Divincenzo, J. A. Smolin, and W. K. Wootters, *Phys . Rev. A* **54**, 3824 (1996).
4. W. K. Wootters, *Phys. Rev. Lett*. **80**, 2245 (1998).