بررسی و محاسبه انرژی حالت پایه وتابع موج ایزوتوپ های زوج_ زوج کربن

مریم کلایی ،محمد رضا شجاعی

گروه فیزیک ، دانشگاه صنعتی شاهرود

چکیده

در این مقاله اانرژی حالت پایه و تابع موج برخی ایزوتوپ های زوج_ زوج کربن($^{12}C, ^{14}C$) را با در نظر گرفتن برهم کنش بین نوکلئونها و با بهره مندی از مدل پوسته ای محاسبه نمودیم با در نظر گرفتن پتانسیل $v=(\frac{a}{x}+\frac{b}{x^2})e^{-\alpha x}$ به حل معادله شرودینگر سیستم چند جسمی با استفاده از روش Nu پرداخته و انرژی حالت پایه را به صورت تابعی از ضرایب پتانسیل به دست آورده ایم و به روش پدیده شناختی ضرایب مناسب برای این پتانسیل را محاسبه نموده ایم.

بررسی و مطالعه ایزوتوپ های هسته های مختلف از مباحث مورد علاقه در فیزیک هسته ای میباشد و در این میان ایزوتوپ های کربن به علت استفاده در باستان شناسی ، اقلیم شناسی و زمین شناسی مورد توجه خاصی قرار گرفته اند در این مقاله برای به دست آوردن انرژی حالت پایه و تابع موج ایزوتوپ های زوج_ زوج کربن از تکنیک جبری Nu بهره گرفتیم [۱].در این محاسبات به منظور نمایش برهم کنش بین نوکلئونها از پتانسیل هسته ای $v=(\frac{a}{x}+\frac{b}{x^2})e^{-\alpha x}$ استفاده شد که در آن x ابر شعاع است و این پتانسیل با شرایط مرزی یک پتانسیل مناسب هسته ای سازگار است[۲] ضرایب a,b,α مناسب رابرای ایزوتوپ ها به روش پدیده شناختی محاسبه وهمراه با انرژی حالت پایه در جدول جداگانه نمایش داده ایم و همخوانی رضایت بخش انرژی حالت پایه را با مقادیر تجربی مشاهده گردید.

محاسبه انرژی حالت پایه ایزوتوپ های کربن

برهم کنش بین ذرات را در پایین ترین سطح پتانسیل مرکزی در نظر میگیریم برای سیستم های چند جسمی همچون کربن ، قسمت شعاعی معادله شرودینگر به صورت زیر است و از آنجاییکه این هسته ها چند ذره ای هستند از دستگاه مختصات ژاکوبی استفاده نمودیم[۳,۴]

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla_D^2+V(x)-E(x)\right]\psi(x)=0 \qquad \nabla_D^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{D-1}{x}\frac{\partial}{\partial x}-\frac{l(l+D-2)}{x^2} \qquad (1)$$

در این مقاله برای محاسبه انرژی حالت پایه ایزوتوپ های زوج_زوج کربن ، با استفاده از تقریب مناسب که به ازای مقادیر کوچک α امکان پذیر است این کار را انجام دهیم وبا استفاده از بسط تیلور پتانسیل به شرح زیر در می آید

$$v=(\frac{a}{x}+\frac{b}{x^2})e^{-\alpha x}\simeq(\frac{a}{x}+\frac{b}{x^2})(1-\alpha x) \qquad (2)$$

پتانسیل بسط داده شده را در قسمت شعاعی معادله شرودینگر برای سیستم های چند جسمی قرار میدهیم

$$\frac{d^2R}{dx^2}+\frac{(D-1)}{x}\frac{dR}{dx}+\frac{1}{x^2}(\frac{2\mu}{\hbar^2}(E+\alpha a)x^2-\frac{2\mu}{\hbar^2}x(a-\alpha b)-\frac{2\mu}{\hbar^2}(b+\frac{l(l+D-2)\hbar^2}{2\mu x^2}))R=0 \qquad (3)$$

برای حل تغییر متغیر زیر را انجام میدهیم

$$\frac{2\mu}{\hbar^2}(E+\alpha a)=\varepsilon^2 \qquad \frac{2\mu}{\hbar^2}x(a-\alpha b)=\beta \qquad \frac{2\mu}{\hbar^2}(b+\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu x^2})=\gamma \qquad (4)$$

در این صورت معادله (۳)به فرم (۵) تبدیل میشود

$$\left[\frac{d^2}{dx^2}+\frac{D-1}{x}\frac{d}{dx}+\frac{1}{x^2}(\varepsilon^2x^2-\beta x-\gamma)\right]R=0 \qquad (5)$$

که مشابه با فرم معادله Nuاست لذا برای حل دقیق از روش نامبرده استفاده میکنیم که در این روش پس از انتخاب یک تغییر متغیر مناسب معادله ی تبدیل یافته را به صورت زیر داریم:

$$\Psi_n''(s)+\frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)}\Psi_n'(s)+\frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)}\Psi_n(s)=0 \qquad (6)$$

که برای محاسبه ویژه مقادیر انرژی از رابطه (۷) استفاده میکنیم

$$\sigma=\pi(s)\frac{\phi(s)}{\phi'(s)} \qquad \lambda=\lambda_n=-n\tau'(s)-\frac{n(n-1)}{2}\sigma''(s) \qquad (7)$$

و تابع موج Ψرا به صورت زیر در نظر میگیریم

$$\psi_n(s)=\phi_n(s)y_n(s) \qquad (8)$$

که در آن

$$y_n(s)=\frac{B_n}{\rho_n}\frac{d^n}{ds^n}\left(\sigma^n(s)\rho(s)\right) \qquad (9)$$

B_n ثابت نرمالیزاسیون است برای کربن ۱۲ ویژه مقادیر به صورت زیر به دست آوردیم

$$E_n=-\left[\alpha a+\frac{2\mu}{\hbar^2}(a-\alpha b)^2\left[(2n+1)+\sqrt{1+\frac{8\mu}{\hbar^2}(b+\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu})}\right]^{-2}\right] \qquad (10)$$

و ویژه توابع به فرم زیر به دست می آید

$$\psi_n=c_n r^{1/2(-1-\sqrt{49+4\gamma})}e^{-i\varepsilon r}L_n^{6+\sqrt{49+4\gamma}}(2i\varepsilon r) \qquad (11)$$

و برای کربن ۱۴ هم به همین ترتیب عمل نموده و ویژه مقدار انرژی و یژه توابع را به صورت زیر به دست می آوریم

$$E_n = -\left[\alpha a + \frac{2\mu}{\hbar^2}(a-\alpha b)^2\left[(2n+1)+\sqrt{1+\frac{8\mu}{\hbar^2}(b+\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu})}\right]\right] \quad (12)$$

$$\psi_n = c_n r^{1/2(-1-\sqrt{1+4\gamma})} e^{-i\varepsilon r} L_n^{\sqrt{1+4\gamma}}(2i\varepsilon r) \quad (13)$$

سپس با توجه به روابط بالا به طور عددی و با استفاده از روش پدیده شناختی ، ضرایب پتانسیل و انرژی را به دست آوردیم که در نتایج در جدول (۱)و (۲) آورده شده است .

لازم به ذکر است مقدار تجربی انرژی حالت پایه برای کربن ۱۲ مقدار۹۲/۱۶ MeV ,و برای کربن ۱۴ دارای مقدارMev ۱۰۵/۲۸ است[۵]

جدول ۲:محاسبه ضرایب پتانسیل و انرژی برای کربن ۱۴

a	b	α	E(MeV)
−۱۵	۱۰	۰/۰۶۷	−۸۷/۰۴
−۱۶	۱۳	۰/۰۶۷	−۱۰۰/۵۵
−۱۶/۵	۱۳	۰/۰۶۷	−۱۰۶/۶۰
−۱۶/۵	۱۲	۰/۰۶۷	−۱۰۵/۹۰
−۱۶/۵	۱۱	۰/۰۶۷	−۱۰۵/۲۰

جدول ۱:محاسبه ضرایب پتانسیل و انرژی برای کربن ۱۲

a	b	α	E(MeV)
-۱۲	۶	۰/۰۰۶	−۸۸/۷۳
-۱۲	۸	۰/۰۶	−۹۲/۲۶
-۱۲	۵	۰/۰۹۳	−۸۹/۱۶
-۱۳	۴	۰/۰۰۳	−۹۷/۲۱
-۱۳	۲	۰/۰۹۳	−۹۹/۹۰

نتیجه گیری:

انرژی حالت پایه و تابع موج برخی از ایزوتوپ های زوج_زوج کربن را محاسبه و هم خوانی قابل قبولی با مقادیر تجربی مشاهده نمودیم و این نشان دهنده این است که پتانسیل معرفی شده ، میتواند یکی از پتانسیل های مناسب برای توصیف برهم کنش بین نوکلئون ها باشد وبه وسیله محاسبات عددی پارامتر های مناسب را پتانسیل را به دست آوردیم که اطلاعات به دست آمده برای محاسبات آتی در فیزیک هسته ای میتواند مفید و لازم باشد.

مراجع

۱) *A.F.Nikiforov, V.B uvarov, ۱۹۸۸ Special functions of Mathematical physics,Birkhauser,Base*

۲)*Acta Physica Polonica A ۱۲۰ (۲۰۱۱) ۳۷۱l*

۳) *A.A.Rajabi, Few Body System ۳۷(۲۰۰۵) ۲۶۷.*

٤) *M.Aiello, M.Ferraries, M.MGiannini, M.Pizzo, E.Santopinto,phys.lett.B ۳۸۷(۱۹۹٦)۲۱٥.*

٥) G. Puddu, ACTA PHYSICA POLONICA B, No ٦, Vol. ٤۲ (۲۰۱۱).