تشکیل امواج سطحی بر روی پلاسمای چگال با ضریب گذردهی خطی

صدیقه میر ابوطالبی[۱]، محمد کاظم خدیوی بروجنی[۱] ، لیلا رجایی[۲]

۱ - دانشکده علوم پایه دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال- تهران، حکیمیه. s_mirabotalebi@iau-tnb.ac.ir

۲- دانشکده فیزیک دانشگاه قم- قم

چکیده

عبور امواج الکترومغناطیس از لایه‌ی پلاسما چگال به دلیل برانگیختگی امواج سطحی بر روی آن می‌باشد. لذا مطالعه بر روی تشکیل این امواج از اهمیت خاصی برخوردار است. در این تحقیق به بررسی چگونگی ایجاد این مودهای سطحی بر روی یک پلاسمای چگال می‌پردازیم. چگالی پلاسما از نظر مکانی خطی در نظر گرفته می‌شود، به صورتی که که طی آن ضریب گذردهی الکتریکی تدریجاً و بطور خطی از دو سمت لایه پلاسما منفی می‌شود. در مود عادی، امواج سطحی به صورت توابع ایری بدست می‌آیند. دامنه توزیع شدت این امواج سطحی در حالت فرود مایل بررسی می-شوند.

Abstract

Transmission of electromagnetic wave through a dense plasma layer takes place as a consequence of the excitation of surface wave. In this regard the study on the circumstances for exciting of the surface modes is of important interest. Here it is investigated the excitations of surface modes on the surface of a dense plasma layer. It is supposed that the charge density of the plasma linearly increases from each side of the plasma slab in such a way that the generalized electric permittivity of the plasma gradually acquires negative values. In normal modes, the surface waves are obtained as the so-called Airy functions. It is studied the amplitude of these surface waves for the oblique incidents.

مقدمه

ضرایب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی در مواد چپگرد (LHM)[۱] یا متامتریال‌ها منفی می‌باشند، یعنی در این گونه مواد $\varepsilon < 0$ و $\mu < 0$ [۱-۲].

پلاسما با چگالی بالای حد بحرانی را هم میتوان چون ماده‌ای چپگرد در نظر گرفت، به این معنی که ضریب گذردهی الکتریکی معادل منفی داشته باشد. در واقع ضریب گذردهی الکتریکی معادل یک پلاسما به صورت $\varepsilon = 1 - \frac{{\omega_p}^2}{\omega^2}$ تعریف می‌شود، که وقتی $\omega < \omega_p$ شود آنگاه $\varepsilon < 0$ خواهد شد. این نوع پلاسما کاربردهای مهم و متنوعی در زمینه‌های گوناگون نظری و آزمایشگاهی دارند [۳- ۲].

معادلات بنیادی امواج الکترومغناطیس در پلاسمای مغناطیده

در اینجا به بررسی عبور موج الکترومغناطیس از داخل یک پلاسمای سرد چگال ناهمگن می‌پردازیم. معادلات ماکسول سیال سرد خطی شده به صورت زیر می‌باشند:

$$c^2\vec{\nabla}\times\vec{B} = -4\pi n_0 e\vec{V} - i\omega\vec{E} \qquad (۱)$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\overrightarrow{\partial B}}{\partial t} \qquad (۲)$$

$$\frac{\partial\vec{V}}{\partial t} = -\frac{e}{m}(\overrightarrow{E} + \frac{\vec{V}}{c}\times\vec{B}_0) - \nu\vec{V} \qquad (۳)$$

در این روابط $\vec{E}$ ، $\vec{B}$ و $\vec{V}$ به ترتیب میدان‌های مغناطیسی و سرعت حاملین بار الکتریکی می‌باشند. $\vec{B}_0$ میدان مغناطیسی در داخل محیط پلاسما است. پارامترهای ν و n_0 به ترتیب فرکانس برخورد و چگالی حاملین بار الکتریکی می‌باشند. همچنین

[1] -Left Handed Materials

فرض شده است که یون‌ها دارای حرکت نمی‌باشند.

با استفاده از معادله (۱) و (۲)، با حذف $\vec{B}$ معادله موج خطی به شکل زیر در می‌آید:

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla}.\vec{E}) - \nabla^2\vec{E} - \frac{\omega^2}{c^2}\vec{E} = -\frac{4\pi i\omega n_0(x)e}{c^2}\vec{V} \qquad (۴)$$

تغییرات تمامی کمیات میدانی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\psi \propto \psi(x)e^{ik_y y + ik_z z - i\omega t} \qquad (۵)$$

در واقع ضریب شکست در راستای محور x ها تغییر می‌کند، پس k_z و k_y از قانون اسنل پیروی می‌کنند و توابعی از x نیستند و ثابت در نظر گرفته می‌شوند.

در ساده سازی معادلات فرض می‌کنیم که پلاسما برخوردی نباشد، یعنی $\nu = 0$. همچنین سرعت حاملین بار الکتریکی را به صوررت $\vec{V} = (V_x, V_y, 0)$ و میدان مغناطیسی در درون پلاسما را به فرم $\vec{B}_0 = B_0\hat{k}$ و یکنواخت در نظر می‌گیریم. در این صورت با توجه به رابطه (۳) ، بردار سرعت از رابطه (۴) حذف می‌شود و این معادله در راستاهای مختصات به شکل زیر، به سه معادله تبدیل می‌شود، [۵-۴] :

$$\left(k_y^2 + k_z^2 - k_0^2 + k^2\right)E_x + ik_y\frac{\partial E_y}{\partial x} + ik_z\frac{\partial E_z}{\partial x} - i\frac{\omega_c}{\omega}k^2E_y = 0 \qquad (۶)$$

$$ik_y\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{i\omega_c}{\omega}k^2E_x - \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (k_z^2 - k_0^2 + k^2)E_y - k_yk_zE_z = 0 \qquad (۷)$$

$$ik_z\frac{\partial E_x}{\partial x} - k_yk_zE_y - \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \left(k_y^2 - k_0^2 + \frac{\omega_p^2}{c^2}\right)E_z = 0 \qquad (۸)$$

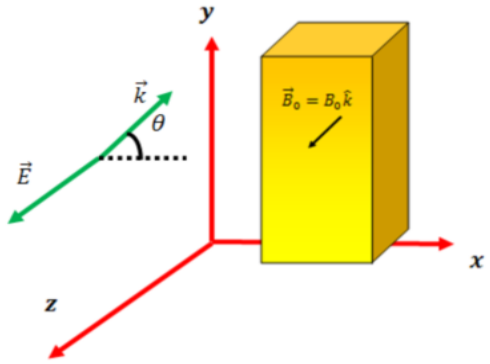
در این روابط فرکانس سیکلوترون به صورت $\omega_c = \frac{eB_0}{m}$ و فرکانس پلاسما $\omega_p^2 = \frac{4\pi n_0(x)e^2}{\mathrm{m}}$ می‌باشند. همچنین $k_0 = \frac{\omega}{c}$ و :

$$k^2 = k_0^2\frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \qquad (۹)$$

حال با استخراج معادلات امواج به صورت معادلات (۸-۶)، می‌توانیم به مطالعه رفتار موج در محیط پلاسما بپردازیم.

فرود مایل موج الکترومغناطیس، مد عادی

در این حالت فرض می‌کنیم که موج الکترومغناطیس به صورت مایل به سطح پلاسمای مورد نظر فرود آید. بردار موج $\vec{k}$ در این مورد در صفحه (x,y) می‌گیرد و با محور x زاویه θ می‌سازد. با انتخاب مود عادی، میدان الکتریکی باز هم موازی $\vec{B}_0$ است. در غیاب میدان مغناطیسی این مود به مود TE معروف است.



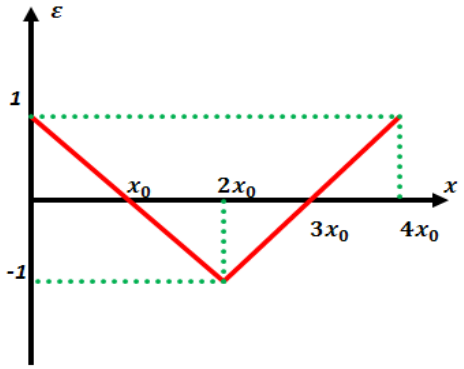
شکل(۱). موج فرودی به صورت مایل با زاویه θ نسبت به محور x

در این مورد معادله (۸) به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + k_0^2(\varepsilon(x) - \sin(\theta))E_z = 0 \qquad (۱۰)$$

که در آن $\varepsilon(x) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ می‌باشد.

برای بررسی گذار و شکل تابع موج از یک پلاسمای چگال، ضریب گذردهی معادل $\varepsilon(x)$ محیط پلاسما را با توجه به شکل (۲) در نظر می‌گیریم. در این مدل فرض می‌شود که شیب تغییرات $\varepsilon(x)$ با مکان x به صورت خطی باشد. همچنین فرض شده است که چگالی در مرکز لایه ($2x_0$) بیشینه شود و در لبه‌های برش پلاسما کمتر باشد.



شکل(۲). تغییرات فضایی ضریب گذردهی الکتریکی معادل پلاسما.

در بازه بین $0 < x < 2x_0$ تابع ضریب گذردهی معادل به فرم رابطه ی زیر

$$\varepsilon(x) = 1 - \frac{x}{x_0} \qquad (۱۱)$$

و برای $2x_0 < x < 4x_0$ مطابق رابطه ی زیر است.

$$\varepsilon(x) = -3 + \frac{x}{x_0} \qquad (۱۲)$$

با جاگذاری این فرم ها در معادله (۱۰) و با تغییر متغییرهایی برای دو ناحیه گفته شده، به ترتیب به صورت‌های زیر:

$$\xi = -\left(\frac{k_0^2}{x_0}\right)^{\frac{1}{3}}(x_0\cos^2(\theta) - x) \quad : \quad 0 < x < 2x_0 \qquad (۱۳)$$

$$\xi = \left(\frac{k_0^2}{x_0}\right)^{\frac{1}{3}}(3x_0 + x_0 sin^2\theta - x) \quad : \quad 2x_0 < x < 4x_0 \qquad (۱۴)$$

معادله (۱۰) به شکل ساده معادله زیر درمی‌آید.

$$\frac{d^2 E_z}{d\xi^2} - \xi E_z = 0 \qquad (۱۵)$$

در این حالت جواب‌ها براساس توابع ایری نوع (۱)یعنی و نوع (۲) داده می‌شوند، یعنی:

$$E_z(\xi) \propto Airy(-\xi), Biry(-\xi) \qquad (۱۶)$$

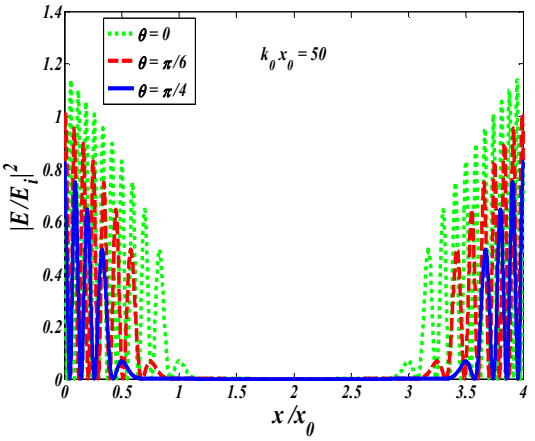
که در آن Ai توابع ایری نوع اول Bi توابع ایری نوع دوم هستند.با توجه به رفتار این توابع، توابع ایری نوع اول را انتخاب می‌کنیم. تابع ایری نوع دوم به جواب‌های غیرعادی وافزایشی منجر می‌شود لذا جواب فیزیکی قابل قبولمان را به صورت زیر در نظر می گیریم :

$$E(\xi) \propto Ai(-\xi) \qquad (۱۷)$$

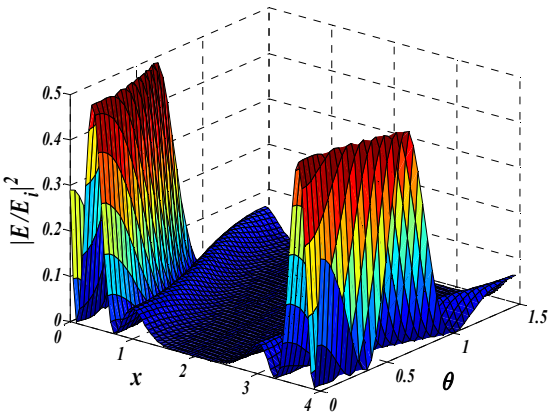
در این حالت که فرود موج الکترومغناطیس به صورت مایل است، توزیع شدت موج را در کل ناحیه پلاسما در شکل‌های (۳) و (۴) رسم نموده‌ایم. در شکل (۳) تابع توزیع برای سه مقدار متفاوت θ نمایش داده شده است. خطوط نقطه، خط‌چین و ممتد به ترتیب مربوط به فرود عمودی ($\theta = 0$) و θ برابر $\pi/6$ و $\pi/4$ می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود در این

حالات هم موج در لبه‌ها دارای مقادیر بیشینه و در عمق لایه کمینه است. به عبارت بهتر امواج سطحی در گذارموج از لایه پلاسما تولید می‌شوند. اما مطابق شکل‌ها هر چه زاویه فرود بزرگتر می‌شود شدت تابع توزیع موج در لبه ها کاهش می‌یابد.

در شکل(۴) توزیع شدت موج در داخل لایه پلاسما بر حسب فاصله و زاویه فرودی رسم شده است. در این شکل سه بعدی به‌خوبی امواج سطحی ایجاد شده بر سطوح مرزی پلاسما دیده می‌شود. علاوه بر این مشاهده می‌شود که با افزایش زاویه فرود موج، امواج سطحی تولیدی بر روی لبه‌ها ضعیف‌تر می‌شوند. پس هر چه زاویه فرودی عمودی‌تر باشدگذار موج بهتر انجام می‌شود.



شکل (۳). توزیع شدت موج الکترومغناطیس بر حسب مکان



شکل(۴). دامنه توزیع شدت موج بر حسب زاویه فرودی و فاصله از سطح رویی پلاسما

نتیجه گیری

پلاسمای فوق چگال در برابر عبور امواج الکترومغناطیس کاملاً کدر است و فقط تحت شرایط ویژه‌ای یک پلاسمای فوق چگال می‌تواند در برابر امواج الکترومغناطیس چون یک جسم کاملاً شفاف عمل نماید؛ که این امر در شرایط تشدید محقق می‌شود. اما بطور طبیعی مرز پلاسما یک مرز تیز یا شارپ نیست. به این معنی که دارای گرادیان چگالی می‌باشند یا چگالی آنها یکنواخت نیست. از این رو عبور نور از داخل یک پلاسمای چگال دستخوش تغییراتی می‌گردد.

برای فرودهایی با زاویه شیب فرودی کمتر (فرود متمایل به عمود) میزان عبور موج الکترومغناطیس از ماده فوق چگال افزایش می یابد. این بدین معنی است که تحت این زوایا پلاسما کدر تبدیل به یک محیط شفاف می شود که می توان با انتقال بالای انرژی موج از میان خود مانند یک لنز عمل می کند.

مراجع

[1] R Merlin, Applied Physics Letters, 84, (2004) 1290.
[2] J B Pendry, Phys. Rev. Lett., 85, (2001) 3966.
[3] O M Gradov and L Stenflo, Phys. Rep. (1983) 94 111.
[4] S Miraboutalebi, L Rajaee and L Farhang Matin, Accepted for publication in journal of applied and theoretical physics, (2012).
[5] RB White, FF Chen, Plasma Physics,16 (1973) 587.