پمپ ساده‌ی هیدرودینامیکی در عدد رینولدز پایین

نجفی گل‌وَندانی، گلناز ؛ رسولی، سیدنادر

گروه فیزیک، دانشکده‌ی علوم پایه، دانشگاه گیلان

چکیده

استفاده از شکست تقارنِ زمانی و نیز برهم‌کنش‌های هیدرودینامیکی در حرکتِ دوره‌ای دو کره که درمجاورتِ یک دیواره‌ی تخت قرار دارند سیالِ وشکسان را، بصورت موازی با سطح، پمپ می‌کند. ما دو کره‌ی نزدیک به هم را در جهتِ عمود بر سطحِ تخت، به شکل رفت و برگشتی حرکت می‌دهیم؛ ترتیب حرکت دو کره به گونه‌ای است که تقارن زمانیِ در آن شکسته شود و در نتیجه سیال حرکت داده می‌شود. می‌توان از این ایده برای ساختنِ پمپ‌های میکرو/نانو سیال در فن‌آوری آینده و نیز ساختن میکرو شناگر در سیالِ وشکسان استفاده کرد.

مقدمه

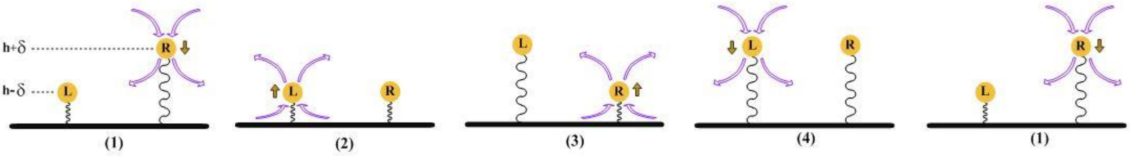
بررسی رفتار ریزارگانیسم‌ها نظیر باکتری‌ها، ما را به سمت ساخت میکرو/ نانو ماشین‌هایی که در داخل سیال حرکت می‌کنند سوق می‌دهد. ایده‌ی اصلی حرکت در این ابعاد به زیبایی توسط ادوارد پورسل تحت عنوان نظریه‌ی صدف[۱] بیان گردیده است، برطبق این نظریه موجوداتی که در عدد رینولدز پایین حرکت رفت و برگشتی انجام می‌دهند، در یک دوره‌ی حرکت خود جابجایی خالصی ندارند. او پیشنهاد کرد که تعداد درجات آزادی حرکت بیشتر از یکی شود و موجود در طی یک حرکت تناوبی به نحوی بدنش را تغییر شکل دهد که برای یک درجه‌ی آزادی، دو تغییر معکوس پشت سر هم اتفاق نیافتند؛ در این‌صورت عدم برگشت‌پذیری زمانی موجب حرکت یک‌سویه و خالص شناگر خواهد شد. ما در این پژوهش با بکارگیری این ایده و استفاده از برهم‌کنش هیدرودینامیکی در حضور دیواره سعی کردیم تا پمپی در عدد رینولدز پایین را پیشنهاد کنیم و میزان سیال جابه‌جا شده را بصورت تحلیلی و عددی محاسبه نماییم.

پمپ شدن سیال با استفاده از شکست تقارن زمانی

در سال ۲۰۰٤، علی نجفی و رامین گلستانیان با استفاده از ایده‌ی پورسل توانستند شناگرِ خود را پیشنهاد کنند[۲]، در این شناگر حرکت حساب شده‌ی دو کره در حضور کره‌ی سوم باعث شکست تقارن زمانی و در نتیجه حرکت می‌شود. ایده‌ی اصلیِ پمپ ما بسیار شبیه به ایده‌ی نجفی-گلستانیان است. این پمپ از دو کره در کنار یک دیواره تشکیل گردیده‌است؛ کره‌ها به کمک فنرهایی تنها امکان حرکت در یک راستا را دارند و فاصله‌ی آنها از دیواره‌ی صلبِ مجاورشان بین $h-\delta$ و $h+\delta$ تغییر می‌کند. در چهار مرحله‌ی دوره‌ی حرکت، نحوه‌ی کم و زیاد شدن ارتفاع کره‌ها به‌گونه‌ای است که تقارن زمانی شکسته شود (شکل ۱). در مرحله‌ی اول، کره‌ی سمت راست به پایین حرکت می‌کند درحالیکه کره‌ی سمت چپ در کمترین ارتفاع خود ثابت است. در مرحله‌ی بعد، به‌منظور شکستِ بازگشت‌پذیریِ زمانی، درحالیکه کره‌ی سمت راست ثابت است کره‌ی سمت چپ به سمت بالا حرکت می‌کند. در

مرحله‌ی سوم کره سمت راست به سمت بالا حرکت کرده و به ارتفاع اولیه‌ی بازمی‌گردد. سرآخر، در مرحله‌ی چهارم، کره‌ی سمت چپ به سمت پایین حرکت کرده و مجموعه به پیکربندیِ اولیه بازمی‌گردد.

به طور مشخص به مراحل (۱) و (۳) که کره‌ی سمت راست در دو جهتِ مخالف هم حرکت می‌کند نگاه می‌کنیم، در هر دو مرحله جابجاییِ کره‌ی سمت راست (کره‌ی R) موجب حرکت سیال می‌شود و کره‌ی سمتِ چپ (L) – که ساکن است – در مقابل این حرکت مقاومت می‌نماید. اگر کره‌ی L وجود نمی‌داشت در هر دو بخشِ ۱ و ۳، سرعت



شکل۱: شمایی از مراحل چهارگانه‌ی حرکت پمپ.

سیال – در مکانِ این کره– به سمتِ چپ می‌بود؛ طبیعتا وقتی کره‌ی L در سیال قرار داشته باشد پاسخ آن در جهت خلاف این میدان سرعت به صورت نیرویی به سمت راست به سیال وارد خواهد شد. یعنی هم در مرحله ۱ و هم در مرحله‌ی ۳ – برغم اینکه جهت حرکتِ عامل جابجاییِ سیال که همان کره‌ی سمتِ راست است معکوس شده است – نیرویی که کره‌ی سمتِ چپ در جهت افقی به سیال وارد می‌کند معکوس نشده و در جهت راست قرار دارد. دلیل این مطلب ان است که در این دو مرحله کره‌ی L در دو موقعیت متفاوت قرار گرفته است، و در هر دو مرحله حرکت سیال در محلِ آن به سمتِ چپ می‌باشد. در مجموع نتیجه‌ی این دو حرکت پمپ شدن سیال به سمت راست خواهد بود. همین استدلال را می‌توان برای مراحل (۲) و (٤) که کره‌ی سمت چپ عامل جابجایی سیال است نیز تکرار کرد؛ نتیجه‌ی هر چهار مرحله حرکتی خالصِ سیال به سمتِ راست می‌باشد

محاسبه‌ی سیال جابجا شده

به منظور محاسبه‌ی سیال جابجا شده فرض می‌کنیم شعاعِ کره‌ها بسیار کوچکتر از فواصلِ دیگرِ مسئله است، در اینصورت کره‌ها را با نیروی نقطه‌ای (استوکسک[1]) که نیروی $6\pi\,\eta\,a\,\vec{V}$ – به سیال وارد می‌کند تقریب می‌زنیم[۳]. در مسئله‌ی موردِ بررسیِ ما کره‌ها در کنار دیواره حرکت می‌کنند؛ بنابراین ما از حل جی.آر.بلیک[٤] برای استوکسکِ کنار دیواره (استفاده از روش تصویر) استفاده می‌کنیم. ابتدا جریانِ سیال ناشی از مقاومتِ کره‌ی ثابت را محاسبه می‌کنیم؛ اگر V_x مولفه‌ی x سرعتِ سیال – ناشی از جابجایی کره‌ی متحرک – در مکانِ کره‌ی ثابت باشد، مقاومت کره‌ی ثبات به صورت نیرویِ نقطه‌ای $F_x = -6\pi\,\eta\,aV_x$ و جریان حجمی ناشی از این مقاومت:

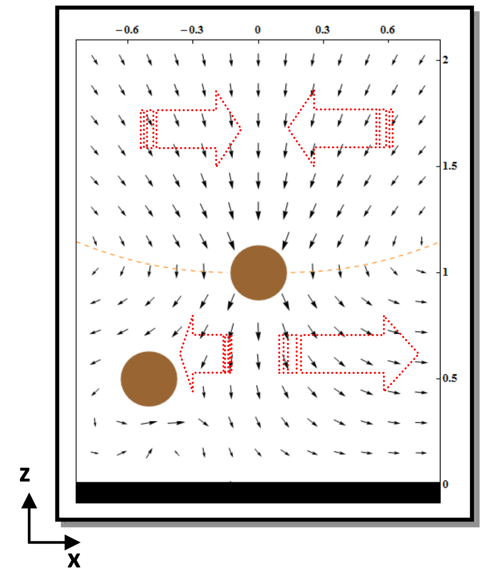
$$I_x = \int_{Z=0}^{\infty}\int_{y=-\infty}^{\infty} \vec{U}.\hat{x}\,dy\,dz = \frac{F_x\,H}{\pi\,\eta} \qquad (1)$$

خواهد بود که H ارتفاع کره‌ی ثابت از دیواره و $\vec{U}$ میدان سرعت ناشی از مقاومت آن است. با در نظر گرفتن مسافتی که کره‌ی متحرک در هر مرحله طی می‌کند توانستیم جریان متوسط سیال را برای هر چهار مرحله‌ی حرکت بدست آوریم. در مراحل اول و دوم $\langle I\rangle_t = \frac{9}{4}\,v_0 a^2 G_1(h, L, \delta)$ و در مراحلِ سوم و چهارم $\langle I\rangle_t = \frac{9}{4}\,v_0 a^2 G_2(h, L, \delta)$

[1] استوکس–لت به معنی کوچک استوکس است که ما آنرا استوکسک نامیدیم.

بدست آمد؛ که G_2 و G_1 توابع بی‌بُعدی از فاصله‌ی بین کره‌ها (L)، ارتفاع متوسطِ آنها (h) و دامنه‌ی نوسان (δ) هستند. در نتیجه جریان متوسطِ این پمپ به صورت زیر خواهد بود:

$$\langle I_{total}\rangle_t = \frac{9}{4} v_0 a^2 \left(2G_1(h,L,\delta) + 2G_2(h,L,\delta)\right) \quad (۲)$$



شکل۲: ایجاد جریان به سمت راست در مرتبه‌ی اول تصحیح.

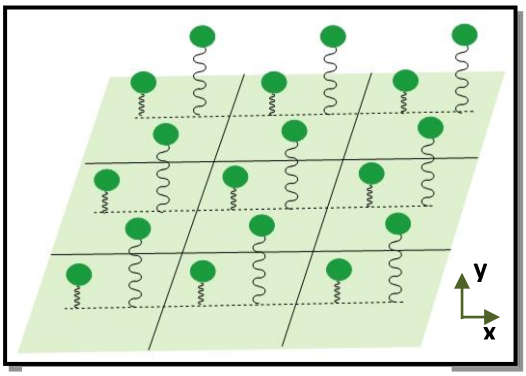
نموداری از شکست تقارن سیال و ایجاد جریانی به سمت راست، در مرحله‌ی اولِ حرکتِ پمپ در شکل۲ نشان داده شده است. با بسطِ رابطه‌ی (۲) برای دامنه‌ی جابجایی کوچکِ δ ، می توانیم کل حجم جابجا شده‌ی سیال در یک دوره را محاسبه نماییم:

$$\langle U_{total}\rangle = 18\,\frac{a^2\delta^2 h}{L^2}\left\{\frac{L^3}{(4h^2+L^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{7.5\,L^5}{(4h^2+L^2)^{\frac{5}{2}}} - \frac{7.5\,L^7}{(4h^2+L^2)^{\frac{7}{2}}} - 1\right\} \quad (۳)$$

آرایه‌ای از پمپ‌های کوچک:

مطابق با شکل آرایه‌ای از پمپک‌ها را در نظر می‌گیریم. می‌توانیم کل مجموعه را بصورت نیروهای نقطه‌ایِ وابسته به زمان (دوره‌ای) در راستای x فرض نماییم:

$$\vec{F}_{tot} = \sum_{m,n} F_0\,\hat{x}\;\delta(x-na)\delta(y-mb)\delta(z-h)$$



شکل۳: آرایش دوره‌ای از پمپ‌های کوچک.

می‌توان نشانداد که در فواصل بسیار دور از سطحِ دیواره سرعت سیال $V_x(x,y,\infty) = \frac{F_0\,h}{\eta\,(a\times b)}$ ومستقل از مکان خواهد بود. این یعنی با استفاده از آرایه‌ای از پمپک ها می‌توانیم یک میدان سرعت ثابت (مکانی) که حول یک مقدار متوسط (زمانی) نوسان می‌کند تولید نماییم.

نتیجه گیری

گام بعدی تلاش برای حل آرایه‌ای از این پمپک‌ها [۵] و ارائه‌ی مدلی ساده برای ریزشناگرهایی مانند سیلیا است [٦] که اندامک‌های آنها درکنار حرکت افقی به مانند پمپک ما حرکت عمودی نیز دارند.

مرجع ها

1. E. M. Purcell, Am. J. Phys. **45**, 3 (1977).
2. A. Najafi and R. Golestanian, PRE **69**, 062901 (2004).
3. J. Happel and H Brenner, *"Low Reynolds Number Hydrodynamics"*, Springer (1983).
4. J. R. Blake, Proc. Camb. Phil. Soc. **70**, 303 (1971).
5. G. Najafi-Golvandani and S. N. Rasuli, in preparation.
6. B.Guirao and J.F.Joanny, biophysical journal, **92**, (2007).