توزیع ویگنر کوارک‌ها در پروتون

اعظم رحمتی‌نژاد[۱]، فیروز آرش[۱]

[۱]گروه فیزیک دانشگاه تفرش

چکیده

در نمایش ولون از توزیع ویگنر برای یافتن توابع توزیع پنج بعدی پارتون‌های ناقطبیده در نوکلئون استفاده شده است تا تصویر کاملتری از آنها داده شود. کوشیدیم تفسیری فیزیکی از نتایج به‌دست آمده بیان کنیم.

ویگنر اولین کسی بود که مفهوم فضای فاز کوانتومی را مطرح کرد[۱]. توزیع ویگنر رفتار سامانه‌ای از ذره‌ها را در این فضا توصیف می‌کند. در این مقاله تلاش شده توزیع ویگنر اجزای سازنده‌ی نوکلئون‌ها در بستر مدل پدیده شناختی ولون محاسبه شود. اگرچه این توزیع نمی‌تواند مفهوم چگالی احتمال داشته باشد، ولی از آن‌جا که دربردارنده‌ی هر دو کمیت مکان و تکانه است، اطلاعات جامع‌تر و کامل‌تری را نسبت به توابع توزیع وابسته به تکانه‌ی عرضی (TMD) و همچنین توابع توزیع تعمیم یافته (GPD) و تبدیل فوریه‌ی آن‌ها یا توابع توزیع انتگرالیده (IPD)، در اختیار می‌گذارد.

توزیع ویگنر کوارک‌های ناقطبیده در پروتون ناقطبیده را به صورت حاصل‌ضرب دو تابع توزیع درنظر گرفته‌ایم. یک بخش توزیع وابسته به کسر تکانه‌ی طولی $f(x)$ است و بخش دیگر توزیع $f\left(\overrightarrow{k_\perp}^2, \overrightarrow{k_\perp}.\overrightarrow{b_\perp}, \overrightarrow{b_\perp}^2\right)$ است که به تکانه‌ی عرضی و پارامتر برخورد بستگی دارد:

$$f\left(x, \overrightarrow{k_\perp}^2, \overrightarrow{k_\perp}.\overrightarrow{b_\perp}, \overrightarrow{b_\perp}^2\right) = f(x)\ \frac{3c^2d^2}{4\pi^2} e^{-(c^2\overrightarrow{k_\perp}^2 + d^2\overrightarrow{b_\perp}^2 - cd\overrightarrow{k_\perp}.\overrightarrow{b_\perp})} \qquad (1)$$

در رابطه‌ی بالا، $k_\perp$ تکانه‌ی عرضی کوارک‌ها و $b_\perp$ پارامتر برخورد است. پارامتر برخورد فاصله‌ی عرضی ذره تا مرکز تکانه‌ی پروتون را نشان می‌دهد. شرط‌های بهنجارش و پایستگی بار در تابع بالا به خودی خود برقرار هستند. d پارامتر آزادی است که باید تعیین شود.

اگر از توزیع ویگنر نسبت به تکانه‌ی عرضی انتگرال بگیریم به *IPD* و اگر نسبت به پارامتر برخورد انتگرال‌گیری شود به *TMD* کاهش می‌یابد. همچنین اگر نسبت به هر دوی این پارامترها انتگرال‌گیری شود، توابع توزیع معمولی پارتون‌ها *PDF* را به‌دست می‌دهد[۲]. توابع توزیع *TMD* و *PDF* کوارک‌های ناقطبیده در پروتون ناقطبیده قبلا محاسبه شده‌اند [۳،۴]. پارامتر آزاد d ازمقایسه‌ی توابع توزیع *TMD* , PDF با حدود توزیع ویگنر پیشنهاد شده به‌دست می‌آید. این رویکرد، $f(x)$ را هم به‌دست می‌دهد.

توزیع انتگرالیده تبدیل فوریه‌ی توابع توزیع تعمیم یافته است. همین توزیع را می‌توان از توزیع ویگنر به دست آورد. در زیر تابع ویگنر در حدهای مختلف حساب شده است و از مقایسه آن با نتیجه‌ی تبدیل فوریه پارامتر آزاد c به‌دست آمده است.

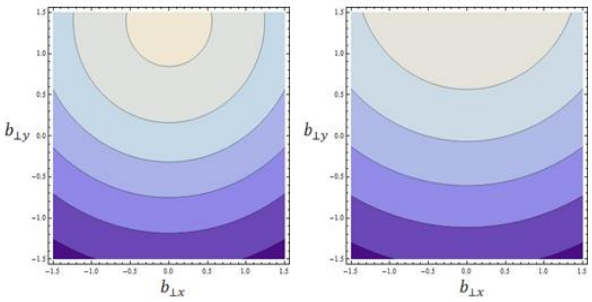
$$q_i^p\left(x, \overrightarrow{b_\perp}, Q^2\right) = G_j^p(x)\ \frac{1}{4\pi(\beta_j^p + \beta_v)} e^{-\frac{\overrightarrow{b_\perp}^2}{4(\beta_j^p + \beta_v)}} \quad ;\ \beta_U^p = 6.1\ \mathrm{GeV}^{-2} \qquad \beta_D^p = 3.0\ \mathrm{GeV}^{-2} \qquad (2)$$

جدول۱: **پارامترهای آزاد محاسبه شده در توزیع ویگنر با استفاده از حدود کاهش یافته‌ی توزیع**

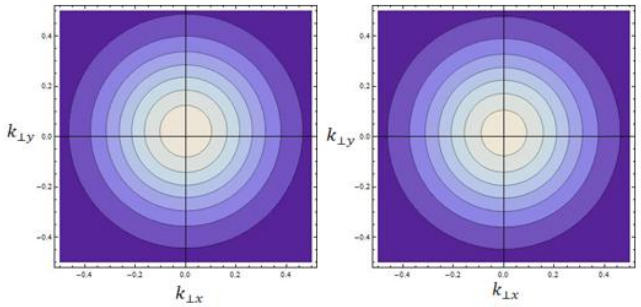
چاشنی ولون	پارامتر c	پارامتر d
ولون U	۰,۲۳ GeV	۳,۰۸ GeV^{-1}
ولون D	۰,۳۳ GeV	۳,۰۸ GeV^{-1}

پارامترهای آزاد محاسبه شده برای توزیع ویگنر در بازه‌ی انرژی $0 < Q^2 < 1$ در *جدول۱* آورده شده‌اند. در این ناحیه ساختار داخلی ولون‌ها دیده نمی‌شود، (با داشتن داده‌های آزمایشگاهی برای حد IPD، و همچنین حل معادلات DGLAP برای حد PDF و TMD، می‌توان توزیع ویگنر را برای نواحی دیگر Q^2 نیز محاسبه نمود).

وقتی از دیدگاه TMD و IPD، به طور جداگانه توزیع کوارک‌های ناقطبیده در پروتون ناقطبیده را بررسی می‌کنیم، هر دو توزیع در مبدا بیشینه هستند و هیچ ارتباطی بین مکان عرضی (پارامتر برخورد) و تکانه‌ی عرضی مشاهده نمی‌شود. توزیع ویگنر محاسبه شده بین این دو کمیت ارتباط ایجاد می‌کند. به عنوان مثال، هرگاه کوارکی در مکان عرضی غیر صفر باشد، منطقی به نظر می‌رسد که بیشینه‌ی توزیع تکانه‌ی عرضی در صفر نباشد، چون با داشتن تکانه‌ی عرضی، کوارک از مرکز تکانه فاصله می‌گیرد. اگرچه، طبق اصل عدم قطعیت اندازه‌گیری تکانه‌ی عرضی کوارک امکان پذیر نیست ولی محل بیشینه‌ی توزیع احتمال تکانه‌ی عرضی را می‌توان حدس زد و این کاری است که با استفاده از توزیع ویگنر می‌توان انجام داد. نمودار شکل۱، توزیع ویگنر ولون‌های U و D را در $\overrightarrow{k_\perp}$ مشخص و نمودار شکل۲، توزیع ویگنر آنها را در $\overrightarrow{b_\perp}$ مشخص، نشان می‌دهد.



شکل۱: توزیع ویگنر ولون U (شکل سمت راست) و ولون D (شکل سمت چپ) در $\overrightarrow{k_\perp}$ ثابت، $\overrightarrow{k_\perp} = 0.3(\text{Gev})\ \hat{e}_y$



شکل۲: توزیع ویگنر ولون U (شکل سمت راست) و ولون D (شکل سمت چپ) در $\overrightarrow{b_\perp}$ ثابت، $\overrightarrow{b_\perp} = 0.4(\text{fm})\ \hat{e}_y$

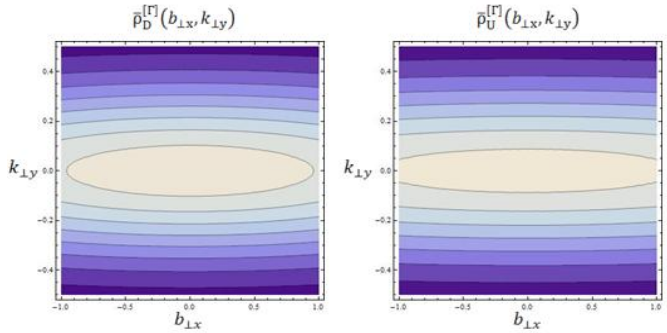
از نمودارهای بالا دیده می‌شود که به ازای تکانه‌ی عرضی $\overrightarrow{k_\perp} = 0.3(\text{Gev})\ \hat{e}_y$ کوارک، بیشینه‌ی توزیع ویگنر برای ولون U نسبت به ولون D، که بر حسب پارامتر برخورد رسم شده است، در ناحیه‌ی بیرونی‌تری قرار می‌گیرد.

علاوه بر توزیع‌های احتمال سه بعدی TMD و IPD، دو توزیع احتمال جدید از حدهای توزیع ویگنر به‌دست می‌آیند[۲] که با توجه به فرم پیشنهادی ما به این صورت محاسبه شده‌اند:

$$\tilde{\rho}^{[\Gamma]}(b_{\perp x}, k_{\perp y}, x) = f(x)\int db_{\perp y}\, d\,k_{\perp x}\rho^{[\Gamma]}(\overrightarrow{b_\perp}, \overrightarrow{k_\perp}, x) = f(x)\frac{3cd}{4\pi}e^{-\frac{3}{4}(c^2 b_{\perp y}{}^2 + d^2 k_{\perp x}{}^2)} \qquad (3)$$

$$\bar{\rho}^{[\Gamma]}(b_{\perp y}, k_{\perp x}, x) = f(x)\int db_{\perp x}\, d\,k_{\perp y}\rho^{[\Gamma]}(\overrightarrow{b_\perp}, \overrightarrow{k_\perp}, x) = f(x)\frac{3cd}{4\pi}e^{-\frac{3}{4}(c^2 b_{\perp x}{}^2 + d^2 k_{\perp y}{}^2)} \qquad (4)$$

شکل۳، نمودار یکی از این تابع‌های توزیع را که برای ولون های U و D در پروتون رسم شده است نشان می‌دهد، با توجه به این شکل می‌بینیم که ولون‌های U نسبت به ولون‌های D در ناحیه‌ی گسترده‌تری توزیع شده‌اند ولی از نظر تکانه-ی عرضی تفاوت چندانی ندارند. علت این است که عواملی مانند اصل طرد پائولی که با چاشنی ذرات ارتباط دارند، روی مکان عرضی آنها تاثیر می‌گذارند.



شکل۳: نمودار توزیع $\tilde{\rho}^{[\Gamma]}(b_{\perp x}, k_{\perp y})$ برای ولون U (شکل سمت راست) و ولون D (شکل سمت چپ)

توزیع‌های ویگنر راه سرراستی را برای محاسبه‌ی مشاهده پذیرهای فیزیکی فراهم می‌کنند، کافی است که میانگین فضای فاز را حساب کنیم، همان طور که اگر توزیع ویگنر کلاسیکی بود این کار را انجام می‌دادیم. بنابراین از این توزیع می‌توان برای تفسیر نیمه کلاسیکی مشاهده‌پذیر تکانه‌ی زاویه‌ای کوارک‌ها استفاده کرد [۲]. چون پروتون ناقطبیده است، فرض صفر بودن تکانه‌ی زاویه‌ای کل پارتون‌های سازنده‌ی آن هم پذیرفتنی است. با استفاده از توزیع ویگنر پیشنهاد شده تکانه‌ی زاویه‌ای کوارک‌ها را محاسبه کرده و مشاهده می‌کنیم که این شرط نیز به خودی خود برقرار است:

$$\langle L\rangle_z = \int f(x)dx \int (b_{\perp x}k_{\perp y} - k_{\perp x}b_{\perp y}) f\left(\overrightarrow{k_\perp}^2, \overrightarrow{k_\perp}.\overrightarrow{b_\perp}, \overrightarrow{b_\perp}^2\right) d^2b_\perp d^2k_\perp = 0 \qquad (۵)$$

نتیجه گیری

تابع توزیع ویگنر پیشنهادی بین توابع توزیع در فضای مکان و تکانه ارتباط ایجاد می‌کند ما توانسته‌ایم تفسیر فیزیکی از این روابط بیان کنیم. همچنین با استفاده از توزیع ویگنر تعریف جدید تکانه‌ی زاویه‌ای کوارک‌ها را به‌کار بسته و تکانه‌ی زاویه‌ای کوارک‌های ناقطبیده در پروتون ناقطبیده را بررسی نموده‌ایم. انجام همین مراحل برای توزیع حالت‌های قطبیده، به خصوص توزیع کوارک‌های ناقطبیده در پروتون قطبیده عرضی که از مسائل روز فیزیک ذرات بنیادی است، اهمیت زیادی خواهد داشت. یافتن توزیع ناقطبیده‌ای که بررسی شد بستری را برای کارهایی از این دست فراهم می‌کند.

مرجع‌ها

۱. X. Ji, Ann. Rev. *Nucl. Part. Sci.* **۵٤, ٤۱۳** (۲۰۰۴).

۲. C. Lorcé and B. Pasquini, *Phys. Rev. D* **۸٤, ۰۱٤۰۱۵** (۲۰۱۱).

۳. C.Hwa and C.S.Lam,*Phy.Rev D* **۲٦,۲۳۳۸** (۱۹۸۲).

۴. Alessandro Bacchetta, Marco Radici,[arXiv: hep-ph /**۱۱۰۷,۵۷۵۵v۱**] (۲۰۱۱).