محاسبه نیمه عمر واپاشی بتا در هسته ^{48}Ca

فاطمه رنجبر[۱] ، محمد رضا شجاعی[۱]

[۱]دانشگاه صنعتی شاهرود

چکیده

در این کار ، واپاشی بتای حالت پایه ^{48}Ca ($J^{\pi}=0^{+}$) به پایین ترین حالات هسته ^{48}Sc ($J^{\pi}=6^{+},5^{+},4^{+}$) مطالعه و بررسی شده است . به این منظور ما معادله شرودینگر را برای یک سیستم هشت ذره ای با پتانسیل Wood-Saxon باروش ابر تقارن و با استفاده از مختصات ژاکوبی حل کردیم و ویژه توابع مورد نظر را به دست آورده و با استفاده از قاعده طلایی فرمی ، $\log_{10} ft$ را برای این واپاشی ها محاسبه کردیم و در نهایت نتایج خود را با مقادیر محاسبه شده درمقالات دیگر و با مقادیر تجربی مقایسه نمودیم .

واپاشی بتای هسته ای یک برهم کنش ضعیف نیمه لپتونی است . در این فرایند هسته ناپایدار می تواند با تبدیل یک نوترون (پروتون) در داخل هسته به یک پروتون (نوترون) به پایداری بیشتری برسد ، بنابراین با ثابت ماندن عدد جرمی هسته A ، عدد اتمی هسته Z به اندازه یک واحد تغییر می کند . در واپاشی β^{-} یک الکترون و یک پاد نوترینو و در واپاشی β^{+} یک پوزیترون و یک نوترینو گسیل می شود.

هسته ^{48}Ca دارای ۲۰ پروتون و ۲۸ نوترون است که طبق آرایش نوکلئونها در مدل پوسته ای ، می توان این هسته را به صورت یک بخش مرکزی یعنی ^{40}Ca و هشت نوکلئون موجود در لایه $1f_{7/2}$ در نظر بگیریم [۱] . غالبا واپاشی دو بتایی این هسته مورد توجه است اما ما در این جا واپاشی های تک بتایی از حالت پایه این هسته به حالت پایه و برانگیخته هسته ^{48}Sc را بررسی کردیم که از مرتبه ممنوعیت بالایی برخوردار است .

معادله شعاعی شرودینگر در D بعد به صورت زیر است [۲] :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{d^2\psi(x)}{d^2x}+\frac{(D-1)}{x}\frac{d\psi(x)}{dx}-\frac{-\ell(\ell+D-2)}{x^2}\psi(x)\right]+V(x)\psi(x)=E\psi(x) \qquad (۱)$$

در این رابطه $D=3N-3$ که N تعداد ذرات سیستم و x ابر شعاع مربوط به مختصات ژاکوبی برای سیتم های چند ذره ای است [۲] . بادر نظر گرفتن پتانسیل Wood-Saxon [۳] و تغییر متغیر $\psi(x)=x^{-10}\mathrm{u}(x)$ [٤] معادله (۱) به صورت زیر در می آید :

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2u(x)}{dx^2}+\left[\frac{\hbar^2(\ell+9)(\ell+10)}{2\mu x^2}-\frac{V_0}{1+\exp(\frac{x-R_0}{a})}-E_0\right]u(x)=0 \qquad (۲)$$

که با استفاده از تقریب پکریس [۵] معادله (۲) به صورت زیر نوشته می شود :

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2u(z)}{dz^2}+\left[\varepsilon+\frac{\beta}{1+\exp(\alpha z)}+\frac{\gamma}{(1+\exp(\alpha z))^2}-E_0\right]u(z)=0 \qquad (۳)$$

که در این رابطه $\alpha=\frac{R_0}{a}$ و $z=\frac{x-R_0}{R_0}$ است و ثابتهای ε و β و γ برابر است با :

$$\varepsilon=\Omega d_0 \quad ، \quad \beta=\Omega d_1-V_0 \quad ، \quad \gamma=\Omega d_2$$

$$d_0=1-\frac{4}{\alpha}+\frac{12}{\alpha^2} \quad ، \quad d_1=\frac{8}{\alpha}-\frac{48}{\alpha^2} \quad ، \quad d_2=\frac{48}{\alpha^2} \quad ، \quad \Omega=\frac{\hbar^2(\ell+9)(\ell+10)}{2\mu R_0^2} \qquad (٤)$$

حال با استفاده از روش ابر تقارن و پیشنهاد ابر پتانسیل مناسب [٦] می توان معادله (۳) را حل کرد و ویژه توابع و ویژه مقادیر انرژی حالت پایه و حالات برانگیخته را به دست آورد . تابع موج حالت پایه به شکل زیر است :

$$\psi_0^{(1)}(x)=N\left(\frac{\exp\left[A(\frac{x-R_0}{a})\right]}{x^4}\right)\left(1+\exp\left[-(\frac{x-R_0}{a})\right]^{-B/\alpha}\right) \qquad (۵)$$

که در آن N ثابت بهنجار و A و B به صورت زیر هستند

$$A=\frac{\left(2\mu/\hbar^2\right)\beta}{-\alpha+\sqrt{\alpha^2+4\left(2\mu/\hbar^2\right)\gamma}}+\frac{\alpha}{2} \quad ، \quad B=\frac{-\alpha+\sqrt{\alpha^2+4\left(2\mu/\hbar^2\right)\gamma}}{2} \qquad (٦)$$

برای یافتن توابع موج مرتبه بالاتر از رابطه زیر استفاده می کنیم [۷] که در آن $A^{\dagger}$ عملگر بالابرنده در روش ابر تقارن است .

$$\psi_n^{(1)}(x;a_1)=A^{\dagger}(x;a_1)\psi_{n-1}^{(1)}(x;a_2) \qquad (۷)$$

$$\psi_1^{(1)}=\left\{\frac{\left[\exp\left(A(\frac{x-R_0}{R_0})\right)\left(1+\exp\left(-(\frac{x-R_0}{a})\right)^{1-B/\alpha}\right)\right]}{x^{10}}\left[A+\frac{\hbar}{\sqrt{2\mu}}\left(\frac{B}{1+\exp(\frac{x-R_0}{a})}+A\right)^{1-B/\alpha}\right]+\left[(B-\alpha)\left(1+\exp(\frac{x-R_0}{a})\right)^{-B/\alpha}\right]\right\} \qquad (۸)$$

با استفاده از رابطه (۹) می توان مقدار $ft_{1/2}$ مربوط به واپاشی بتا را محاسبه کرد [۸] :

$$ft_{1/2}=0.693\frac{2\pi^3\hbar^7}{g^2m_e^5c^4\left|M_{fi}\right|^2} \qquad (۹)$$

که در آن $g = 0.88 \times 10^{-4} MeV.fm^3$ ثابت شدت واپاشی بتازا و $M_{fi} = \int \psi_f^* O_X \psi_i dv$ جزء ماتریس هسته ای است و O_X عملگرمناسب برای توصیف واپاشی بتا است ، که ما از توابع موج بالابرای محاسبه M_{fi} به صورت عددی استفاده کردیم.

هم چنین از رابطه تجربی زیر [۹] برای به دست آوردن $\log f_{\beta^-}$ استفاده می کنیم ، که در آن انرژی آزاد شده در واپاشی و عدد اتمی هسته دختر قرار داده می شود .

$$\log f_{\beta^-} = 4\log(E_\beta / MeV) - 0.005(Z-1)\log(E_\beta / MeV) + 0.02Z + 0.78 \qquad (۱۰)$$

با استفاده از روابط (۹) و (۱۰) نیمه عمر واپاشی بتای منفی ^{48}Ca را محاسبه کردیم که نتایج آن در جدول ۱ نمایش داده شده است .

جدول ۱ : نتایج تجربی وتئوری برای واپاشی بتای منفی ^{48}Ca

نوع گذار	$E_\beta(KeV)$ [۱۰]	$\log f_{\beta^-}$	$t_{1/2}(y)$	مقدار محاسبه شده در مرجع [۱۱]	مقدار تجربی [۱۰]
$0^+ \rightarrow 6^+_{g.s..}$	۲۷۷/ ۵۸۷۵	–۳/۷۹۸۴	۲/۰۶۵×۱۰^{۳۰}	۱/۵×۱۰^{۲۹} – ۱/۳×۱۰^{۳۱}	>۰/۷۱ ×۱۰^{۲۰}
$0^+ \rightarrow 5^+$	۱۴۶/۶۸۷۵	–۶/۲۸۶۰	۱/۰۰۲×۱۰^{۲۱}	۱/۱×۱۰^{۲۱}	>۱/۱×۱۰^{۲۰}
$0^+ \rightarrow 4^+$	۲۵/۱۸۷۵	–۱۳/۱۵۸۶	۳/۳۷۹۰×۱۰^{۲۷}	۸/۸×۱۰^{۲۳} – ۵/۲×۱۰^{۲۸}	>۰/۸۲×۱۰^{۲۰}

نتیجه گیری : ما در این کار با استفاده از حل معادله شرودینگر و با در نظر گرفتن پتانسیل Wood-Saxon توابع موج و جزء ماتریس هسته ای و نیمه عمر را برای واپاشی بتای ^{48}Ca محاسبه کردیم که نتایج ما همخوانی خوبی با نتایج تجربی و کارهای انجام شده توسط دیگران داشته است .

مراجع :

1. Liang Zhao, B. Alex Brown, W.A.Richter, *Phy. Rev. C* , **42** (1990) 3 .
2. A.A. Rajabi, *Few Body System* **37** (2005) 267.
3. R.D. Woods and D.S. Saxon, *Phys. Rev.* **95** (1954) 577.
4. S. M. Ikhdair, R. Sever, *Cent. Eur. J. Phys.* **8**(4) (2010) 652-666.
5. C.L Pekeris, *Phys. Rev.* **45** (1934) 98 .
6. H. Feizi, A.A. Rajabi, M.R. Shojaei, *Acta Physica Polonica B*, **42** (2011).
7. F. Cooper, A. Khare, U. Sukhatme, *Phys. Rep.* **251** (1995) 267.
8. K.S. Krane, *Introductory Nuclear Physics*, **Vol. I**, John Willey & Sons(1988).
9. G.Friedlander, J. W. Kennedy, E. S. Macias, J. M. Miller, *Nuclear and Radiochemistry*, John Willey & Sons(1981).
10. A. Bakalyarov, A.Balysh, A. Barabash, et al. ,*Nucl. Phys. A* , **700** (2002) 17–24.
11. M. Aunola, J. Suhonen, T. Siiskonen, *Europhys. Lett.* **46** (1999) 577.