نیروی کازیمیر- واندروالس بین بُره‌های دی‌الکتریک خنثی با توزیع بار کاتوره‌ای

وحید رضوانی [۱] جلال سرآبادانی [۲] علی ناجی [۳]

[۱] گروه فیزیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان ۸۱۷۴٦، ایران

[۲] بخش فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه (IASBS)، زنجان ٤٥١٣٧-٦٦٧٣١، ایران

[۳] پژوهشکده فیزیک، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی (IPM)، تهران ۵۵۳۱-۱۹۳۹۵، ایران

چکیده: *در این کار نشان می‌دهیم که اثر وجود بارهای بی‌نظم یخ‌زده (quenched) در حجم بُره‌های دی‌الکتریک به صورت یک نیروی بلند برد ظاهر می‌شود که به ویژگی‌های فیزیکی آن‌ها از جمله پارامترهای ثابت دی‌الکتریک استاتیک و واریانس بی‌نظمی بار حجمی هر یک از آن‌ها بستگس دارد و به نیروی کازیمیر- واندروالس اصلی اضافه می‌شود. افزایش بارهای بی‌نظم یخ‌زده در واسطه دی‌الکتریک باعث می‌شود که غیریکنواختی مرسومی که در نمایه نیروی کل بین بُره‌های پهلوئی مشاهده می‌شود به تدریج محو شود. همچنین با در نظر گرفتن تمامی مدهای میدان الکترومغناطیسی اُفت‌وخیز کننده به جای تنها مد بسامد صفر، فاصله تعادلی بین بُره‌های برهمکنش کننده به سمت مقادیر بزرگتر میل می‌کند.*

نیروهای کازیمیر- واندروالس [۱] اثر کننده بین مواد دی‌الکتریک که ناشی از اُفت‌وخیزهای میدان الکترومغناطیسی هستند موضوع مطالعه‌های نظری و تجربی فراوانی در طول دهه‌های گذشته بوده‌اند. اخیراً آزمایش-هایی که موسوم به آزمایش‌های بادقت بسیار بالا [۲] هستند نشان داده‌اند که سطوح دی‌الکتریک خنثی توسط نیروهای نامتعارف بسیار بلند بردی با یکدیگر برهمکنش می‌کنند که منشأ آن‌ها با نیروهای کازیمیر- واندروالس متفاوت هستند. منشأ این نیروهای نامتعارف در واقع وجود بارهای بی‌نظمِ مثبت و منفی است که به‌صورت کاتوره‌ای در سراسر حجم و سطح مواد (حتی با وجود قید خنثای الکتریکی بودن آن‌ها) توزیع شده‌اند. وجود این حوزه‌های بار کاتوره‌ای از لحاظ تجربی در آزمایش‌های مشهور الکتریکی کردن تماسی سطوح به اثبات رسیده است. در این آزمایش‌ها با استفاده از میکروسکوپی نیروی کلوین آشکار می‌شود که سطوح جامدات در واقع موزائیکی از حوزه‌های بار مثبت و منفی هستند [۳]. ما در این کار چنین فرض می‌کنیم که این بارهای بی‌نظم کاتوره‌ای به صورت تک‌قطبی-هایی [٤] در سراسر حجم بُره‌های دی‌الکتریک و واسطه دی‌الکتریک میان آن‌ها (با ضخامت D) با ثابت‌های دی-الکتریک استاتیک ε_1، ε_2 و ε_m توزیع شده‌اند. با فرض خنثای الکتریکی بودن تمامی این بُره‌ها، توزیع بار ناهمبسته از طریق تابع همبستگی دو نقطه‌ای $\left\langle\left\langle \rho(\boldsymbol{r})\rho(\boldsymbol{r}')\right\rangle\right\rangle = g(z)\delta(z-z')$ و با واریانس بی‌نظمی حجمی

$$g(z)=\begin{cases} e_0^2 g_{1b} & z<-D/2 \\ e_0^2 g_{mb} & |z|<D/2 \\ e_0^2 g_{2b} & z>D/2 \end{cases} \qquad (۱)$$

تعریف می شود که e_0 بار الکتریکی پایه است. با استفاده از تابع پارش مربوط به بی‌نظمی بار یخ‌زده (*quenched*) [٤] و همچنین تابع گرین دستگاه مورد نظر می‌توان نیروی کل بین بُره‌ها برای این بی‌نظمی بار خاص را از

$$f_{quenched} = f_{vdW} + f_{dis} \qquad (۲)$$

تعیین نمود [٤و۵]. f_{vdW} نیروی کازیمیر- واندروالس ناشی از طیف کامل اُفت‌وخیزهای مدهای میدان الکترومغناطیسی است که مطابق با فرمول‌بندی لیفشیتز [۱] از $f_{vdW} = -\partial \mathcal{F}_{vdW} / \partial D$ با

$$\mathcal{F}_{vdW} = k_B T \sum_{\boldsymbol{Q}} {\sum_{n=0}^{\infty}}' \ln\left[1-\Delta_{1,m}^{(TM)}\left(\iota\xi_n\right)\Delta_{2,m}^{(TM)}\left(\iota\xi_n\right)e^{-2\kappa_m\left(\iota\xi_n\right)D}\right]+\left[\left(TM\right)\to\left(TE\right)\right] \quad (۳)$$

تعیین می‌شود که در آن تابع ناهمسانی دی‌الکتریک از میان سطوح مرزی (با مساحت S) برای $i=1,2$ به صورت

$$\Delta_{i,m}^{(TM)}\left(\iota\xi_n\right)=\frac{\varepsilon_i\left(\iota\xi_n\right)\kappa_m\left(\iota\xi_n\right)-\varepsilon_m\left(\iota\xi_n\right)\kappa_i\left(\iota\xi_n\right)}{\varepsilon_i\left(\iota\xi_n\right)\kappa_m\left(\iota\xi_n\right)+\varepsilon_m\left(\iota\xi_n\right)\kappa_i\left(\iota\xi_n\right)} \quad (٤)$$

با بسامدهای ماتسوبارای $\xi_n=2\pi n k_B T/\hbar$ و تابع پاسخ دی‌الکتریک در بسامدهای ماتسوبارای موهومی $\varepsilon_\alpha\left(\iota\xi_n\right)$ برای $\alpha=1,m,2$ تعریف می‌شود (k_B ثابت بولتزمان و $\hbar$ ثابت پلانک است). در رابطه۳ TM و TE به ترتیب مدهای مغناطیسی و الکتریکی عرضی میدان الکترومغناطیسی هستند. علامت پریم بر روی جمع‌زنی در این رابطه بیانگر یک ضریب $1/2$ برای مد بسامد صفر ($n=0$) است. تمامی عبارت‌های داخل براکت رابطه۳ با توجه به $\kappa_\alpha^2\left(\iota\xi_n\right)=Q^2+\xi_n^{\,2}\varepsilon_\alpha\left(\iota\xi_n\right)/c^2$ علاوه بر ξ_n به بردار موج عرضی $\boldsymbol{Q}$ نیز وابسته هستند (c سرعت نور است). برای مدهای TE همه چیز یکسان باقی می‌ماند به جز اینکه در این مورد داریم

$$\Delta_{i,m}^{(TE)}\left(\iota\xi_n\right)=\frac{\kappa_m\left(\iota\xi_n\right)-\kappa_i\left(\iota\xi_n\right)}{\kappa_m\left(\iota\xi_n\right)+\kappa_i\left(\iota\xi_n\right)}. \quad (۵)$$

در تعیین تمامی روابط بالا محیط‌ها غیرمغناطیسی فرض شده‌اند یعنی $\mu_\alpha\left(\iota\xi_n\right)=1$. نقش توزیع بار بی‌نظم یخ‌زده در حجم بُره‌ها در نیروی کل با فرض واریانس‌های بی‌نظمی حجمی برابر برای بُره‌های پهلوئی($g_1=g_2=g$) از

$$\frac{\beta f_{dis}}{S}=\left[-\frac{g}{\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}\times\left(\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_m}{\varepsilon_2+\varepsilon_m}+\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_m}{\varepsilon_1+\varepsilon_m}\right)+\frac{g_m\left(\varepsilon_1\varepsilon_2-\varepsilon_m^2\right)}{\varepsilon_m\left(\varepsilon_1+\varepsilon_m\right)\left(\varepsilon_2+\varepsilon_m\right)}\right]\times\frac{\ell_B}{2D} \quad (٦)$$

(جمله دوم رابطه۲) به دست می‌آید که در آن $\ell_B=e_0^2/4\pi k_B T\varepsilon_0$ طول بریوم در خلأ ($\ell_B\cong 56.8\ nm$ در دمای اتاق) است. تمامی محاسبات در دمای اتاق $T=300\ \mathrm{K}$ انجام شده است.

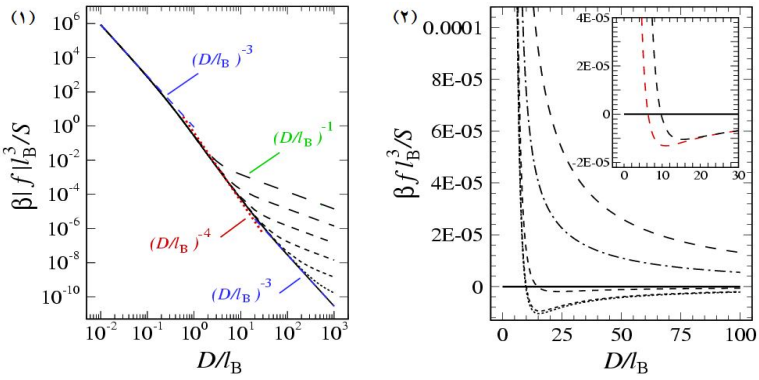
برای تعیین سهم کازیمیر- واندروالس در نیروی کل با توجه به رابطه۳ نیازمند داشتن تابع پاسخ دی‌الکتریک در بسامد موهومی ($\varepsilon\left(\iota\xi\right)$) هستیم. به همین خاطر از نمایش نینهام- پارسژیان [٦] برای این تابع

$$\varepsilon\left(\iota\xi\right)=1+\frac{C_1\omega_1^2}{\xi^2+\omega_1^2}+\frac{C_2\omega_2^2}{\xi^2+\omega_2^2} \quad (۷)$$

استفاده می‌کنیم. مقادیر ثابت‌های C_1، C_2، ω_1 و ω_2 را به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که ثابت‌های دی‌الکتریک استاتیک دلخواه تامین و نامساوی‌های مورد نظر بین توابع پاسخ دی‌الکتریک در تمامی بسامدهای موهومی برآورده شوند. به عنوان مثال برای SiO_2 (ثابت دی‌الکتریک استاتیک $\varepsilon(0)\equiv 3.81$) این مقادیر ثابت به‌صورت $C_1=1.098$، $C_1=1.703$، $\omega_1=2.033\times10^{16}\ rad/s$ و $\omega_2=1.88\times10^{14}\ rad/s$ فرض می‌شوند.

برای بُره‌های به کار رفته در شکل۱ در فواصل جدائی بسیار کوچک تا تقریباً $D\simeq 18.5\ nm$ حد غیرتأخیری نیروی کل یعنی قانون عکس توان سوم فاصله جدائی به صورت $\sim D^{-3}$ برقرار است و نقش اصلی در نیروی کل را نیروی کازیمیر- واندروالس ایفا می‌کند. به تدریج با افزایش فاصله جدائی بین بُره‌ها و به هنگام ظهور حد تأخیری نیروی کل یعنی وابستگی نیروی کل به فاصله جدائی به‌صورت $\sim D^{-4}$، نقش بارهای بی‌نظم در نیروی کل آشکار می‌شود و نیروی کل به صورت $\sim D^{-1}$ با فاصله جدائی بین بُره‌ها تغییر می‌کند (معادله٦ را ببینید).

توابع پاسخ دی‌الکتریک بُره‌های به کار گرفته شده در شکل۲ نامساوی $\varepsilon_1\left(\iota\xi\right)<\varepsilon_m\left(\iota\xi\right)<\varepsilon_2\left(\iota\xi\right)$ را برآورده



شکل۱: اندازه نیروی کل با مقیاس‌بندی جدید ($\beta|f|\ell_B^3/S$، معادله۲) بین دو بُره دی‌الکتریک ختنای کامل نیمه نامتناهی یکسان از جنس SiO_2 ($\varepsilon_1=\varepsilon_2=3.81$) در خلأ ($\varepsilon_m=1$) به صورت تابعی از فاصله با مقیاس‌بندی جدید (D/ℓ_B) رسم شده است. واریانس بی‌نظمی حجمی بُره‌های پهلوئی در محدوده $g=10^{-6},10^{-7},10^{-8},10^{-9},10^{-10},10^{-11}\ nm^{-3}$ (از بالا به پایین) تغییر می‌کند. منحنی توپر نیروی کازیمیر- واندروالس خالص (جمله $n=0$ معادله۳) را نشان می‌دهد. تمامی منحنی‌ها در مقیاس $\log-\log$ رسم شده‌اند.

شکل۲: نیروی کل با مقیاس‌بندی جدید ($\beta f\ell_B^3/S$، معادله۲) بین دو بُره ختنای مطلق ناهمسان با مقادیر ثابت دی‌الکتریک استاتیک $\varepsilon_1=5$ و $\varepsilon_2=50$ که از میان واسطه‌ای با ثابت دی‌الکتریک $\varepsilon_m=10$ با هم برهمکنش دارند. در اینجا ما $g_1=g_2=5\times10^{-8}\ nm^{-3}$ فرض می‌کنیم و $g_m=10^{-6},5\times10^{-7},10^{-7},10^{-8},10^{-10}\ nm^{-3}$ تغییر می‌کند (از بالا به پایین). نمودار الصاق یک نمای بسته‌تر را از ناحیه اطراف کمینه برای $g_m=0$ نشان می‌دهد. منحنی قرمز (نمودار الصاق) نتایج را برای $g_m=0$ نشان می‌دهد و تنها سهم بسامد صفر نیروی کازیمیر- واندروالس را در بر می‌گیرد.

می‌کنند. با افزایش واریانس بی‌نظمی واسطه دی‌الکتریک، غیریکنواختی موجود در نیروی کل و همچنین کمینه موضعی نیروی کل در فاصله‌های جدائی بسیار کوچک به تدریج محو شده و نیروی کل در تمامی فاصله‌ها دافعه می شود. از سوی دیگر با در نظر گرفتن تمامی بسامدهای ماتسوبارا در سهم کازیمیر- واندروالس در مقایسه با تنها سهم بسامد صفر [٤]، فاصله جدائی تعادلی از $D_0\simeq359.3\ nm$ به $D_0\simeq552.7\ nm$ برای $g_m=0$ جابه‌جا می‌شود (منحنی الصاقِ شکل۲ را ببینید).

نتیجه‌گیری

در این مطالعه نشان دادیم که نیروی ناشی از توزیع بار بی‌نظم یخزده در حجم دو بُره دی‌الکتریک به نیروی کازیمیر- واندروالس اصلی بین آن‌ها اضافه می‌شود که این نیرو می‌تواند جاذبه یا دافعه باشد. در این کار با در نظر گرفتن طیف کامل مدهای میدان الکترومغناطیسی اُفت‌وخیز کننده و در مقایسه با کارهای قبلی [٤] نشان داده‌ایم که فاصله جدائی تعادلی به سمت مقادیر بزرگ‌تر جابه‌جا می‌شوند. افزایش بارهای بی‌نظم یخزده در واسطه دی‌الکتریک موجب می‌شود که به تدریج بیشینه (کمینه) نیروی کل بین بُره‌ها کاهش یافته و این نیرو در تمامی فواصل جدائی به‌طور یکنواخت تغییر نماید (به عنوان مثال برای مورد نمایش داده شده در شکل۲ این نیرو همواره دافعه می‌گردد).

در نهایت از پژوهشکده فیزیک پژوهشگاه دانش‌های بنیادی (IPM) به خاطر فراهم نمودن شرایط لازم جهت همکاری تحقیقاتی و همچنین بهره‌مندی از فرصت‌های پژوهشی در گروه مواد نرم و فیزیک آماری تحت نظر دکتر علی ناجی صمیمانه قدردانی می‌نمایم.

مرجع‌ها

۱. J. Mahanty, and B. W. Ninham, *Dispersion Forces* (Academic Press, London, 1976).

۲. W. J. Kim *et al., Phys. Rev. Lett.* **103**, 060401 (2009).

۳. H. T. Baytekin *et al., Science* **333**, 308 (2011).

۴. J. Sarabadani *et al., J. Chem. Phys* **133**, 174702 (2010).

۵. V. Rezvani *et al., J. Chem. Phys.* **137**, 114704 (2012).

۶. M. Bordag *et al., Advances in the Casimir Effect* (Oxford University Press, New York, 2009).