گسترش فضای فاز و تقارن پیمانه ای در نظریه ریسمان

فهیمه،سروی؛مجید،منعم‌زاده

گروه فیزیک دانشگاه کاشان

چکیده

در این مقاله قیود یک سیستم بوزونیک Open P-brane را بدست آورده ایم، ازآن جایی که کلیه نظریه های شامل قیود نوع دوم غیر پیمانه ای هستند با استفاده از رهیافت BFT و معرفی میدان های کمکی در فضای فاز گسترش یافته ، مدلی پیمانه ای میسازیم .

Phase space extension and Gauge Invarient in String Theory

Fahimeh, Sarvi; Majid, Monemzade

Physics Department, University of kashan, Kashan

Abstract

In this article we get all constraints of open p-brane system. Considering that all theories with second class constraint are not gauge theories.We convert this model into a gauge system by using BFT approach and introducing several auxiliary variables in the extended phase space.

PACS No:

مقدمه

به نظر می رسد که بهترین گزینه برای نظریه وحدت تئوری ریسمان است و یکی از انواع معروف آن ریسمان شاخه بوزونیک می باشد که در آن تنها بوزونها به عنوان ذرات واسط نیرو نقش ایفا می کنند. این تئوری در ۲۶ بعد تعریف می شود و هر دو نوع ریسمان باز و بسته در آن حضور دارند. برای توجیه ابعاد اضافه brane ها مطرح می شوند. در واقع سرو کله ریسمان های بسته در تمامی تئوری های ریسمان پیدا می شود اما ریسمان های باز این چنین نیستند، گفته می شود آنها روی مناطق محدودی به نام D-brane ها حضور دارند. به عبارتی ریسمان های باز در دو شرط مرزی نویمن و دیریشله صدق می کنند که در مرجع [1] با در نظر گرفتن شرایط مرزی به عنوان قیود اولیه اقدام به استخراج قیود نموده است و سپس در برخورد با قیود نوع دوم ظاهر شده از روش کوانتش دیراک برای کوانتومی کردن سیستم استفاده کرده است. اما به دلایل مشکلاتی که در روش کوانتش دیراک با آن

روبرو هستیم ما از رهیافت BFT به منظور حذف قیود نوع دوم و پیمانه ای کردن سیستم استفاده خواهیم کرد.

قیود سیستم بوزونیک Open p-brane

کنش کلاسیک یک سیستم بوزونی Open p-brane که انتهایش روی یک D-brane قرار دارد برابر است با [2]:

$$I=-\frac{1}{4\pi\alpha'}\int_m d^{\,p+1}\xi\,\sqrt{-h}\,\left[G_{\mu\nu}\,h^{\alpha\beta}\,\frac{\partial X^{\mu}}{\partial\xi^{\alpha}}\,\frac{\partial X_{\mu}}{\partial\xi^{\beta}}+(p-1)\right] \tag{1}$$

برای ساده سازی با انتخاب متریک زیر از فضای خمیده به فضای تخت می رویم.

$$G_{\mu\nu}=\eta^{\mu\nu}$$

معادلات حرکت در نظریه ریسمان ایجاب می کند که نقاط انتهایی ریسمان باز در دو نوع شرط مرزی صدق کنند. شرط مرزی دیریشله که نقاط انتهایی ریسمان را ثابت نگه می دارد و دیگری شرط مرزی نویمن که مطابق نقاط انتهای آزاد ریسمان است.

شروط مرزی نویمن و دیریشله چنین بیان می شود:

$$\partial_k X^i(0)=\partial_k X^i(\pi)=0 \tag{2}$$

$$X^a\left(\sigma^\kappa=0\right)=X^a\left(\sigma^\kappa=\pi\right)=x^a \tag{3}$$

با اعمال $X_a=0$ شرط مرزی به صورت زیر خواهد شد:

$$X^a\left(\sigma^k=0\right)=X^a\left(\sigma^k=\pi\right)=0 \tag{4}$$

برای ساده سازی، مسئله را برای یک Open 2-brane حل می کنیم که هامیلتونی اش چنین است:

$$H=\frac{1}{2}\sum_n\sum_m\eta_{ij}\left[p^i_{nm}p^j_{(-n)(-m)}+(n^2+m^2)X^i_{nm}X^j_{(-n)(-m)}\right]$$
$$+\frac{1}{2}\sum_n\sum_m\eta_{ab}\left[p^a_{nm}p^b_{(-n)(-m)}+(n^2+m^2)X^a_{nm}X^b_{(-n)(-m)}\right]$$

شروط مرزی نویمن روی انتهای Open 2-brane بصورت زیر است:

$$\partial_1 X^i(0)=\partial_1 X^i(\pi)=0 \tag{5}$$

$$\partial_2 X^i(0)=\partial_2 X^i(\pi)=0 \tag{6}$$

که با بازنویسی شرایط مرزی قیود اولیه چنین تعریف می شوند:

$${}^{(1)}\varphi_m^{i(0)}=\sum_n n\,X^i_{nm}=0 \tag{7}$$

$${}^{(1)}\tilde{\varphi}_m^{i(0)}=\sum_n(-1)^n\,n\,X^i_{nm}=0 \tag{8}$$

$${}^{(2)}\varphi_n^{i(0)}=\sum_m m\,X^i_{nm}=0 \tag{9}$$

$${}^{(2)}\tilde{\varphi}_n^{i(0)}=\sum_m(-1)^m\,m\,X^i_{nm}=0 \tag{10}$$

با اعمال شرط سازگاری زمانی روی قیود اولیه به یک سری قیود ثانویه می رسیم که با اعمال مجدد شرایط سازگاری زمانی روی قیود حا صله با دسته جدیدی از قیود مواجه می شویم. این روند را ادامه دادیم تا دیگر قید جدید پدیدار نشود اما در نهایت با 4 دسته قید که هر یک شا مل سری بی نهایت جمله ای قیدی به شرح زیر می با شد مواجه می شویم:

$${}^{(1)}\varphi_m^{i(k)}=(-1)^k\sum_n n(n^2+m^2)^k X^i_{nm}=0 \tag{11}$$

$${}^{(1)}\tilde{\varphi}_m^{i(k)}=(-1)^k\sum_n(-1)^n n(n^2+m^2)^k X^i_{nm}=0 \tag{12}$$

$${}^{(2)}\varphi_n^{i(k)}=(-1)^k\sum_m m(n^2+m^2)^k X^i_{nm}=0 \tag{13}$$

$${}^{(2)}\tilde{\varphi}_m^{i(k)}=(-1)^k\sum_m(-1)^m m(n^2+m^2)^k X^i_{nm}=0 \tag{14}$$

$${}^{(1)}\Psi_m^{i(k)}=(-1)^k\sum_n n(n^2+m^2)^k P^i_{nm}=0 \tag{15}$$

$${}^{(1)}\tilde{\Psi}_m^{i(k)}=(-1)^k\sum_n(-1)^n n(n^2+m^2)^k P^i_{nm}=0 \tag{16}$$

$${}^{(2)}\Psi_n^{i(k)}=(-1)^k\sum_m m(n^2+m^2)^k P^i_{nm}=0 \tag{17}$$

$$ {}^{(2)}\tilde{\Psi}_{m}^{i(k)} = (-1)^k m \sum_n (-1)^m m\,(n^2+m^2)^k P^i_{nm} = 0 \tag{18} $$

اگر چنان چه روی هر کدام از این دسته های بی نهایت قیدی جمع روی k را اعمال کنیم، و ملاحظه می شود که از هر دسته قیود تنها یک قید مستقل از k استخراج خواهد شد.

بنابراین 4 دسته قید به شرح زیر باقی می ماند:

$$ {}^{(1)}X^{i}_{nm} = X^{i}_{nm} - X^{i}_{(-n)m} = 0 \tag{19} $$

$$ {}^{(2)}X^{i}_{nm} = X^{i}_{nm} - X^{i}_{n(-m)} = 0 \tag{20} $$

$$ {}^{(1)}\varphi^{i}_{nm} = P^{i}_{nm} - P^{i}_{(-n)m} = 0 \tag{21} $$

$$ {}^{(2)}\varphi^{i}_{nm} = P^{i}_{nm} - P^{i}_{n(-m)} = 0 \tag{22} $$

ماتریس قیود نوع دوم بصورت زیر می باشد [3]:

$$ \Delta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2\eta^{ij} & \eta^{ij} \\ 0 & 0 & \eta^{ij} & 2\eta^{ij} \\ -2\eta^{ij} & -\eta^{ij} & 0 & 0 \\ -\eta^{ij} & -2\eta^{ij} & 0 & 0 \end{pmatrix} $$

اعمال BFT:

در چارچوب روش BFT چهار متغیر اختیاری ξ_1، ξ_2، ξ_3 و ξ_4 را به فضای فازمان می افزاییم. فضای فاز گسترش یافته بصورت $(p,q)\oplus\xi$ می شود. قیود و هامیلتونی را در فضای جدید تعریف می کنیم. در پی آن با آزادی که در انتخاب $X_{\alpha\gamma}$ در معادله اساسی BFT داریم. با انتخابی هوشمندانه سعی می کنیم تا رشته بی نهایت جمله ای قیود و هامیلتونی را که در روابط (23) و (24) می بینید در مرتبه محدود ختم کنیم و به مدل پیمانه ای برسیم[4].

$$ \tau_{\alpha}^{n+1} = -\frac{1}{n+2}\,\xi^{\mu}\,W_{\mu\nu}\,X^{\nu\rho}\,B_{\rho\alpha}^{(n)} \tag{23} $$

$$ \tilde{H}^{(n+1)} = -\frac{1}{n+1}\,\xi^{\mu}\,W_{\mu\nu}\,X^{\nu\lambda}\,G_{\lambda}^{(n)} \tag{24} $$

در معادله اساسی BFT که به صورت زیر بیان می شود :

$$ \Delta_{\alpha\beta} + X_{\alpha\gamma} W^{\gamma\lambda} X_{\beta\lambda} = 0 \tag{25} $$

با توجه به نوع ماتریس Δ، می توان ω و X را چنین انتخاب کرد.

$$ \omega = -\Delta \quad , \quad X = I $$

بنابراین قیود جدید در فضای گسترش یافته به صورت زیربدست می آیند :

$$ \tau_1 = {}^{(1)}X^{i}_{nm} + \xi^{1} I \tag{26} $$

$$ \tau_2 = {}^{(2)}X^{i}_{nm} + \xi^{2} I \tag{27} $$

$$ \tau_3 = {}^{(1)}\varphi^{i}_{nm} + \xi^{3} I \tag{28} $$

$$ \tau_4 = {}^{(2)}\varphi^{i}_{nm} + \xi^{4} I \tag{29} $$

در ادامه هامیلتونی را در فضای گسترش یافته بدست آورده و ملاحظه می شود که سری هامیلتونی در مرتبه محدود قطع خواهد شد و ما به مدلی پیمانه ای در فضای فاز جدید خواهیم رسید.

$$ \tilde{H}^{(1)} = -\xi^{\mu}\,W_{\mu\nu}\,G_{\nu}^{(0)} \qquad \nu = 1,2,3,4 $$

$$ G_1^0 = \left\{\tau_1^{(0)}, \tilde{H}^{(0)}\right\} = 2\,(P^{i}_{(-n)(-m)} - P^{i}_{n(-m)}) \tag{30} $$

$$ G_2^0 = \left\{\tau_2^{(0)}, \tilde{H}^{(0)}\right\} = 2\,(P^{i}_{(-n)(-m)} - P^{i}_{(-n)m}) \tag{31} $$

$$ G_3^0 = \left\{\tau_3^{(0)}, \tilde{H}^{(0)}\right\} = 2\,(n^2+m^2)(X^{i}_{(-n)(-m)} - X^{i}_{n(-m)}) \tag{32} $$

$$ G_4^0 = \left\{\tau_4^{(0)}, \tilde{H}^{(0)}\right\} = 2\,(n^2+m^2)(X^{i}_{(-n)(-m)} - X^{i}_{(-n)m}) \tag{33} $$

$$ \tilde{H}^{(2)} = -\frac{1}{2}\xi^{\mu}\,W_{\mu\nu}\,G_{\nu}^{(1)} $$

$$G^{1}_{1}=-2\eta^{ij}[-2(2\xi^{3}+\xi^{4})\,\delta_{cn}\,\delta_{d(-m)}+ (\xi^{3}+2\xi^{4})\,\delta_{cn}(\delta_{d(-m)}+\delta_{dm})] \tag{34}$$

$$G^{1}_{2}=-2\eta^{ij}(2\xi^{3}+\xi^{4})\,\delta_{dm}(\delta_{cn}-\delta_{c(-n)}) \tag{35}$$

$$G^{1}_{3}=4\eta^{ij}(2\xi^{1}+\xi^{2})(n^{2}+m^{2}) \tag{36}$$

$$G^{1}_{4}=4\eta^{ij}(2\xi^{2}+\xi^{1})(n^{2}+m^{2}) \tag{37}$$

$$\tilde{H}^{(3)}=-\frac{1}{3}\,\xi^{\mu}\,W_{\mu\nu}\,G_{\nu}^{(3)}$$

$$G_{\nu}^{(2)}=0 \quad\rightarrow\quad \tilde{H}^{(3)}=0 \tag{38}$$

در ادامه می بینیم برای مراتب بالاتر هم مقدار صفر بدست می آید.

$$G_{\nu}^{(3)}=0 \quad\rightarrow\quad \tilde{H}^{(4)}=0 \tag{39}$$
$$\vdots$$

با توجه به فرم کلی هامیلتونی، $\tilde{H}$ های از مرتبه 3 به بالا همگی صفر شدند و زنجیره قطع شد لذا هامیلتونی کل به فرم زیر می باشد:

$$H=\tilde{H}^{(1)}+\tilde{H}^{(2)} \tag{40}$$

نتیجه گیری:

در سیستم های شامل قیود نوع اول سیستم پیمانه ای است ولی ظهور قیود نوع دوم منجر به مشکلاتی در نظریه و کوانتش آنها می شود.

در این مقاله قسمت بوزونیک کنش کلاسیک Open 2-brane را مورد بررسی قرار دادیم و با در نظر گرفتن شرایط مرزی بعنوان قیود اولیه و سپس با اعمال شرط سازگاری زمانی روی قیود اولیه کلیه قیود سیستم را استخراج کردیم. در نهایت با دسته ای از قیود نوع دوم مواجه شدیم و با اعمال روش BFT که مبتنی بر اصولی است که در آن قیود نوع دوم با تعریف میدانهای کمکی به قیود نوع اول تبدیل می شوند. با بازنویسی قیود و هامیلتونی و انتخاب مناسب برای پارامترهای نامعین معادله اساسی BFT در فضای فاز گسترش یافته به نحوی که سری قیود و هامیلتونی در مرتبه سوم قطع شد، توانستیم سیستم را پیمانه ای کنیم.

مراجع:

[1]Cheng-Xin Yu a, Yong-Chang ,physics letters **B 647** (2007).

[2]*B. Zwiebach, A First Course in String Theory*, Cambridge Univ. Press (2004).

[3]P.A.M. Dirac, Lectures on Quantum Mechanics, Belfer Graduate School, Yeshiva Univ. Press, New York(1964).

[4] A.Shirzad and M.Monemzadeh , Phys.Lett**. B584** (2004) .