منظر های هندسی ترابرد قطبشی فوتون ها

رضا ترابی

دانشگاه تفرش

چکیده

در این مقاله به مطالعه ترابرد قطبشی فوتون ها در یک محیط ناهمگن با استفاده از یک رهیافت جدید که برپایه مکانیک کوانتوم برهمکنش اسپین-مدار استوار است، می پردازیم. این رهیافت قابلیت بررسی اثر افت و خیزهای موجود در سیستم را نیز دارد. فرمولبندی موجود منجر به اثر بِری که خود را در قانون چرخش قطبش ریتو به نمایش می گذارد و نیز اثر هال وابسته به قطبش می شود. همچنین اثر حضور نوفه گرمایی بر زاویه چرخش ریتو را بررسی می نماییم و نشان می دهیم که زاویه چرخش نسبت به افت و خیزها مقاوم است.

فوتون ها ذراتی با قطبش های چپگرد و راست گرد می باشند. به عبارت دیگر با یک حالت دو ترازی (قطبش) مواجه هستیم. این دو حالت در غیاب ناهمگنی تبهگن می باشند. تبهگنی دوگانه همان تبهگنی قطبش است؛ امواج با قطبش های مختلف در یک محیط همگن همسانگرد دارای یک پاشندگی هستند. در محیط های ناهمگن، گرادیان ضریب شکست تبهگنی قطبش را با جفت نمودن قطبش و درجه آزادی انتقالی برمی دارد. جفت شدگی همچنین بر مسیر انتشار فوتون که با اندازه حرکت $\vec{p}$ آن داده می شود، تأثیر می گذارد. در واقع اثر بِری یک نمایش ساده از این برهمکنش می باشد. این باعث می شود که بتوانیم یک رهیافت متفاوت برای حل مسأله بر پایه برهمکنش اسپین-مدار کوانتوم مکانیکی، بکار بندیم. بنابراین با دنبال نمودن روش متعارف بِری برای سیستم های دو ترازی می توانیم فاز هندسی را به دست آوریم.

فضای پارامتر در این حالت فضای اندازه حرکت است. هامیلتونی اسپین-مدار می تواند با یک ماتریس 2×2 هرمیتی که دو حالت قطبش را به هم جفت می کند، نشان داده شود. بیایید نقطه ای در فضای پارامتر را که در آن حالت ها تبهگن هستند، به عنوان مبدأ در نظر بگیریم. حال می توانیم هاملیتونی را نسبت به این نقطه تا مرتبه اول در $\vec{p}$ بسط دهیم. کلی ترین فرم این ماتریس به مولفه های $\vec{p}$ بستگی خواهد داشت که با یک تبدیل خطی در فضای اندازه حرکت می تواند به $\sigma_i p_i$ تبدیل شود. دو ویژه حالت دستینگی $|\sigma,\vec{p}\rangle$ با ویژه مقادیر $\sigma p \quad (\sigma=\pm 1, p\equiv|\vec{p}|)$ مدهای نرمال غیرتبهگن را تشکیل می دهند. این سطوح متقاطع به طور مخروطی در مبدأ (نقطه تبهگنی) یکدیگر را قطع می کنند. انحنای بِری [1] عبارت است از

$$\nabla_{\vec{p}}\times\langle\sigma,\vec{p}|i\nabla_{\vec{p}}|\sigma,\vec{p}\rangle=-\sigma p^{-3}\vec{p}$$

که میدان یک تک قطبی مغناطیسی با بار $-\sigma$ است که در مبدأ فضای اندازه حرکت قرار دارد. بنابراین (در پیمانه مناسب) متناظر با یک همبند بِری به صورت زیر است

$$\langle\sigma,\vec{p}|i\nabla_{\vec{p}}|\sigma,\vec{p}\rangle=-\sigma\vec{A}$$

که

$$\vec{A}(\vec{p})=\frac{p_z}{p(p_x^2+p_y^2)}(-p_y,p_x,0).$$

فاز بِری به صورت $\sigma\int_C d\vec{p}\cdot\vec{A}$ می باشد [1] که C مسیر حرکت فوتون در فضای اندازه حرکت است که برای دو قطبش علامت های مختلف دارد. بنابراین برای یک موج قطبیده خطی، این فاز بِری منجر به چرخش صفحه قطبش به اندازه زاویه زیر می شود

$$\gamma = \int_C \vec{A}\cdot d\vec{p} = \int_C \cos\theta d\phi \qquad (1)$$

و θ,ϕ به ترتیب زاویه های سمتی و رأس سمتی در دستگاه کروی فضای اندازه حرکت می باشند. این قانون ریتو برای فوتون ها می باشد.

به دلیل برهمکنش اسپین-مدار که به ظهور یک پتانسیل پیمانه ای (همبند بِری) در فضای اندازه حرکت منجر می شود، به عملگر موقعیت برای یک فوتون با دستینگی $\sigma\hbar$ یک جمله ناهنجار به صورت [2و 3]

$$\vec{x} \to \vec{r} = \vec{x} - \sigma\hbar\vec{A}$$

اضافه می شود. این در تناظر کامل با برهمکنش الکترومغناطیسی است با این شرط که موقعیت و اندازه حرکت جابجا شوند و دستینگی به جای بار قرار گیرد. مختصات مکانی فیزیکی (مشاهده پذیر)، دیگر مختصات متعارف $\vec{x} = i\hbar\nabla_{\vec{p}}$ نیست بلکه اکنون $\vec{r} = \hbar(i\nabla_{\vec{p}} - \sigma A)$ می باشد که جابه جا ناپذیر است

$$[r_i, r_j] = i\sigma\hbar^2\varepsilon_{ijk}\frac{p_k}{p^3}$$

در حالیکه $[p_i, p_j] = 0$ و $[r_i, p_j] = i\hbar\delta_{ij}$ می باشد، این یک نمونه از مکانیک کوانتومی ناجابه جایی است. با استفاده از این روابط جابه جایی و معادلات هایزنبرگ

$$\dot{\vec{p}} = \frac{1}{i\hbar}[\vec{p}, H] \quad , \quad \dot{\vec{r}} = \frac{1}{i\hbar}[\vec{r}, H]$$

به معادلات حرکت نیمه کلاسیک زیر تا مرتبه اول $\hbar$ می رسیم

$$\dot{\vec{p}} = -\nabla_{\vec{r}} H$$

$$\dot{\vec{r}} = -\nabla_{\vec{p}} H + \sigma\hbar\frac{\vec{p}\times\dot{\vec{p}}}{p^3} \qquad (2)$$

این معادلات در حد $\hbar \to 0$ به معادلات کلاسیکی اپتیک هندسی تبدیل می شوند که در این حد، دستینگی از میان می رود و امواج قطبیده چپگرد و راستگرد در یک مسیر حرکت می کنند. اما براساس رابطه (2) این پرتوها به دلیل اثر انحنای بِری در فضای اندازه حرکت به مسیرهای مجزا شکافته می شوند. انحراف از مسیر کلاسیکی (اپتیک هندسی) به وسیله رابطه زیر داده می شود

$$\delta\vec{r} = \sigma\hbar\int_C \frac{\vec{p}\times d\vec{p}}{p^3}$$

بنابراین همانطور که دیده می شود جابه جایی به وجود آمده به طور موضعی بر جهت حرکت فوتون ها عمود است. این که یک ویژگی کلی ترابرد اسپینی است نمایانگر اثر هال قطبشی است.

اکنون در مرحله ای هستیم که می توانیم به بررسی قانون ریتو در حضور یک نوفه کلاسیکی بپردازیم. افت و خیزهای موجود در سیستم می توانند به طور مستقیم با اختلالات تصادفی که در چگالی محیط به وجود می آورند، بر ضریب شکست تأثیر گذارند. یک نمونه بارز به وسیله افت و خیزهای گرمایی به وجود می آید. این افت و خیزها باعث می شوند که جهت انتشار فوتون افت و خیز نماید. بنابراین

$$\vec{p}(t) = \vec{p}_0(t) + \vec{N}(t)$$

می شود که پایین نویس 0 بر نبودن نوفه دلالت دارد و $\vec{N}(t)$ یک جمله نوفه است (یک فرایند تصادفی با متوسط صفر ودامنه کوچک در مقایسه با $\vec{p}_0$). بنابراین هامیلتونی اسپین-مدار $\sigma_i p_i$ هنوز به رابطه (1) می انجامد اما مسیر

C، اکنون یک مسیر افت و خیز کننده است. این مسیر حول مسیر تحول بدون نوفه، افت و خیز می نماید (که فرض می شود چرخه ای با دوره تناوب T است) پس با استفاده از رابطه (1) تغییر به وجود آمده در زاویه چرخش ریتو γ در زمان T به صورت زیر داده می شود

$$\Delta\gamma(T) = \frac{2\pi}{T}\int_0^T (\cos\theta - \cos\theta_0)dt \tag{3}$$

چنانچه به دلیل تصادفی بودن نوفه، $\vec{p}$ به جهت اولیه خود برنگردد، یک جمله غیرچرخه ای نیز ظاهر می شود. این جمله باید بر اساس تعریف فاز بِری برای تحول غیر چرخه ای [4] حذف شود، بنابراین نتیجه بالا همچنان پابرجاست [5]. عبارت زیر در انتگرال (3) را به صورت زیر می نویسیم

$$\cos\theta - \cos\theta_0 = \frac{p_z}{p} - \frac{p_{0z}}{p_0}$$

p را برحسب p_0 تا مرتبه اول در نوفه بسط می دهیم، که به نتیجه زیر منجر می شود

$$\Delta\gamma(T) = \frac{2\pi}{T}\int_0^T (\frac{N_z}{p_0} - \frac{p_{0z}}{p_0^3}\vec{p}_0 \cdot \vec{N})dt \tag{4}$$

این قانون ریتو در حضور نوفه است. همانطور که دیده می شود $\langle\Delta\gamma\rangle = 0$ است و بدین معناست که متوسط مقدار زاویه چرخش ریتو مطابق با مقدار بدون نوفه آن است. به منظور مشخص نمودن توزیع مربوط به $\Delta\gamma$، به یک مدل معین برای نوفه نیازمندیم. نوفه غیرهمبسته به صورت زیر مشخص می شود

$$\langle N_i(t)\rangle = 0, \quad \langle N_i(t)N_j(t')\rangle = 2D\delta(t-t')\delta_{ij}$$

که براکت زاویه ای بر متوسط آنسامبل دلالت دارد. این نوفه بر طبیعت نوفه گرمایی منطبق است. بنابراین (4) منجر به واریانس توزیع زیر خواهد شد

$$\langle\Delta\gamma^2(T)\rangle = \frac{8\pi^2 D}{T}\left\langle\left(\frac{\sin\theta_0}{p_0}\right)^2\right\rangle \propto \frac{1}{T}$$

که $\langle\ \rangle$، بر متوسط گیری روی زمان تحول دلالت دارد. بنابراین اثر افت و خیزها به صورت $\frac{1}{T}$ از میان می رود و γ در حدبی دررو ($T \to \infty$) بر مقدار بدون نوفه خود منطبق خواهد شد. به عبارت دیگر، چرخش زاویه ریتو نسبت به افت و خیزهای گرمایی همیشگی موجود در سیستم، مقاوم است.

نتیجه گیری

در نظرگیری درجه آزادی قطبشی فوتون ها در بررسی حرکت آنها در یک محیط ناهمگن منجر به ترابرد قطبشی آنها و نیز چرخش صفحه قطبش ریتو می گردد. رهیافت کوانتوم مکانیکی ارائه شده ما را قادر به بررسی افت و خیزهای موجود در سیستم نیز نمود که نشان دادیم زاویه چرخش ریتو نسبت به افت و خیزها مقاوم است.

مرجع ها

1. M. V. Berry, *Proc. R. Soc. Lond. A* **392**, 45 (1984).
2. A. Berard and H. Mohrbach, *Phys. Lett. A* **352**, 190 (2006).
3. M. Mehrafarin and R. Torabi, *Phys. Lett. A* **373**, 2114 (2009).
4. J. Samuel and R. Bahandari, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2339 (1988).
5. G. D. Chiara and G. M. Palma, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 090404 (2003).