محاسبۀ چگالی انرژی تابشی کوارک سنگین شتابدار با استفاده از تناظر AdS/CFT

هستی زاهدی قصبه[1]، کاظم بی تقصیر فدافن[2]، محمد علی اکبری[3]

دانشگاه شاهرود[1و2]، پژوهشگاه ذرات بنیادی[3] (IPM)

چکیده :

در این مقاله کوارک سنگینی را در نظر گرفته می شود که در خلاء N=4 نظریۀ ابرتقارن یانگ – میلز به صورت شتابدار در حال حرکت است..طی مطالۀ حرکت کوارک ، الگوی متفاوتی از تابش و توزیع انرژی در جفت شدگی قوی را مشاهده می کنیم. مشاهده می شود که توزیع انرژی به صورت جایگزیده است و گستردگی ندارد.

در این مقاله هدف بدست آوردن نتایج دقیق و تحلیلی چگالی انرژی تابشی توسط کوارک سنگین شتابدار در خلاء N=4 نظریۀ ابرتقارن یانگ– میلز در تقریب ابرگرانشی است. با استفاده از نتایج [1,2] برای نوشتن وضعیت ریسمان، ابتدا تانسور انرژی ممنتوم فضای AdS_5 را بر حسب حرکت کوارک روی مرز بیان کرده و با استفاده از آن انتگرال مربوط به چگالی انرژی را بدست می آوریم که اثرات تابش را نتیجه می دهد. فضا – زمان AdS_5 را توسط مختصات پوانکآره پارامتربندی می کنیم که متریک معرف آن بصورت رابطۀ زیر است:

$$ds^2 = G_{MN}\, dx^M dx^N = L^2/ z^2 \, (-dt^2 + dr^2 + dz^2) \qquad (1)$$

در اینجا $X^M = (x^\mu , z)$ در نظر می گیریم که در آن $x^\mu = (t , \mathbf{r})$ مختضات مینکوفسکی و z $(0 \le z < \infty)$ بعد پنجم یا هولوگرام را شامل می شود که به مختصات شعاعی فضای AdS_5 مرسوم است. اگر مرز را روی $z = 0$ قرار دهیم، آنگاه مرکز فضای AdS_5 در $z \rightarrow \infty$ معرفی می شود و در نتیجه انتهای شامه های هفت بعدی در فاصلۀ $Z_m = \sqrt{\lambda} \;/\; 2\pi m_q$ از مرز واقع می شود که در آن m_q جرم کوارک است و آنقدر بزرگ در نظر گرفته می شود که z_m از هر مقیاس فضا – زمانی دیگر کوچکتر باشد. حرکت ریسمان را با کنش نامبو گوتو معرفی می کنیم:

$$S = -T_0 \int d\tau\, d\sigma \sqrt{-\det g_{ab}} \quad , \quad g_{ab} = G_{MN}\, \partial_a X^M\, \partial_b X^N \qquad (2)$$

$T_0 = \sqrt{\lambda} /2\pi L^2$ تنش ریسمان است، $X^M = (\tau , \sigma)$ مختصه های مربوط به ریسمان در فضای AdS_5 هستند و g_{ab} با $a, b = \tau , \sigma$ معرف متریک القایی روی جهان سطح ریسمان است. با انتخاب $\tau = t$ و $\sigma = z$ به عنوان دو مختصۀ پارامتربندی شدۀ جهان سطح, می توان رد ریسمان را با تابع زیر و مشتقاتش بدست آورد:

$$X^M = (x^\mu, z) = (t, r_s, z) , \qquad \dot{X}^M = (1,\ \dot{r}_s,\ 0) , \qquad X'^M = (0,\ r'_s, 1) \qquad (3)$$

معادلۀ حرکت کوارک با توجه به این نکته که کنش تحت نوسانات کوچک ایستا بماند, بصورت زیر است:

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\left(1+ r'^2_s\right)\dot{r}_s\, (\dot{r}_s \,.\, r'_s) r'_s}{\sqrt{(1-\dot{r}_s^{\,2} + r'^{\,2}_s - (\dot{r}_s \times r'_s)^2)}} - \frac{1}{G_{00}} \frac{\partial}{\partial z} \frac{|G_{00}|\left[(1- \dot{r}_s^{\,2}) r'_s + (\dot{r}_s \,.\, r'_s)\dot{r}_s\right]}{\sqrt{(1- \dot{r}_s^2 + r'^{\,2}_s - \left(\dot{r}_s \times r'_s\right)^2}} = 0 \qquad (4)$$

در نهایت جواب کلی برای بررسی این حرکت بصورت رابطه ای است که از محاسبات [1,2] بدست می آید:

$$t = t_q + \gamma_q z\,, \qquad r_s = r_q + v_q(t - t_q) \tag{5}$$

r_q آن در که و v_q در t_q محاسبه می شوند و $v_q = d/dt_q\,(r_q)$ سرعت کوارک است و داریم : $\gamma_q = (1 - v_q^2)^{-1/2}$.

با حل معادلهٔ اول در رابطهٔ بالا, t_q بر حسب تابعی از z و t محاسبه می شود و سپس با استفاده از این پارامترها جواب نهایی $r_s\,(t,z)$ را محاسبه می کنیم. این جوابهای بدست آمده به $z \geq z_m$ محدود می شوند.

$$(r_s - r_q)^2 + z^2 = (t - t_q)^2\,, \quad t_q(t, z = 0) = t\,, \quad r_s(t, z = 0) = r_q(t) \tag{6}$$

معادلهٔ بالا بیان می کند که سیگنال نوری که در زمان t_q از نقطهٔ $r = r_q$ و $z = 0$ گسیل شده است، در زمان تاخیری t درنقطهٔr_sوzبه ریسمان میرسد. برای محاسبهٔ توزیع فضا – زمانی انرژی تولید شده توسط کوارک سنگین باید اختلال متریک AdS_5 وابسته به ریسمان را محاسبه کرد. برای مثالی که در حال بررسی است، اختلال ما به نسبت کوچک و از مرتبهٔ $1/N_c^2$ است و می توان توسط حل معادلات خطی اینشتین محاسبه شود که در آن تانسور انرژی ممنتوم ریسمان، t_{MN} ، به عنوان منبع انتخاب می شود. مقدار انتظاری برای تانسور انرژی ممنتوم در نظریهٔ پیمانه ای، از رفتار نقاط نزدیک مرز $z \rightarrow 0$ حاصل می شود. در نتیجه ابتدا باید تانسور پنج بعدی فضای AdS_5 محاسبه شود. از آنجا که منبع ما یک ریسمان است، رابطهٔ تانسور را متناسب با $\delta^{(3)}\,(r - r_s)$ در نظر گرفته می شود.

$$t^{MN}(t,r,z) = -\frac{T_0}{\sqrt{-G}}\sqrt{-g}g^{ab}\,\partial_a X^M\,\partial_b X^N \delta^3(r - r_s) \equiv \widetilde{t^{MN}}\,\delta^3(r - r_s) \tag{7}$$

برای محاسبهٔ چگالی انرژی از نتایج محاسبات تابش سینکروترونی استفاده می کنیم [3]:

$$E(t,r) = E_A(t,r) + E_B(t,r) \tag{8}$$

که سهم مشارکت هر جزء بصورت زیر است :

$$E_A = \frac{2L^3}{\pi}\int \frac{d^4r'\,dz}{z^2}\;\Theta(t - t')\,\delta''(W)\left[z(2t_{00} - t_{55}) - (t - t')t_{05} + (x - x')^i t_{i5}\right] \tag{9}$$

$$E_B = \frac{2L^3}{3\pi}\int \frac{d^4r'\,dz}{z}\;\Theta(t - t')\;\delta'''(W)\left[\,|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2\,(2t_{00} - 2t_{55} + t_{ii}) - 3(x - x')^i\,(x - x')^j\,t_{ij}\,\right] \tag{10}$$

این روابط معرف انتشارگر مرز به فضای گرانشی هستند.

W_q در تانسور انرژی ممنتوم را بصورت زیر معرفی می کنیم:

$$W_q \equiv -(t - t')^2 + (\mathbf{r} - \mathbf{r}') + z^2 \tag{11}$$

که متناسب با فاصلهٔ ناوردای پنج بعدی بین نقطهٔ منبع در فضای گرانشی و نقطهٔ اندازه گیری روی مرز است.

طی مراحل محاسبهٔ چگالی انرژی با در نظر گرفتن مختلف تانسور انرژی ممنتوم شوند ، به روابط زیر می رسیم:

$$E_A = \frac{\lambda}{\pi^2}\int dt_q dz\,\delta''(W_q + 2\gamma_q \Xi z)\left[A_0(t_q) + zA_1(t_q) + z^2 A_2(t_q)\right] \tag{12}$$

به همین ترتیب برای E_B , با در نظر گرفتن ثابتهای B داریم:

$$E_B = \frac{\lambda}{\pi^2}\int dt_q dz\, \delta'''(W_q + 2\gamma_q \Xi z)[\,B_0(t_q) + zB_1(t_q) + z^2B_2(t_q) + z^3B_3\,(t_q) + z^4B_4(t_q)] \qquad (13)$$

که A_i ها و B_i ها ضرایبی ثابت از زمان تاخیری t_q می باشند [1]. با صفر شدن ثابتهای A_2 , B_3 و B_4 و رابطهٔ (12) نتیجه به این صورت است که با گرفتن انتگرال روی مختصهٔ هولوگرام تنها نقاطی که در روی مرز ($z \rightarrow 0$) هستند، مهمترین سهم را شامل می شوند. با پیگیری مراحل محاسبه چگالی انرژی، در نهایت حاصل جمع دو عبارت E_A و E_B چگالی انرژی کل را نتیجه می دهد که به قرار زیر می باشند :

$$E_A = \left(\frac{\sqrt{\lambda}}{8\pi^2}\right)\left(\frac{A_1}{\gamma_q^2\,\Xi^3}\right) + \left(\frac{\sqrt{\lambda}}{8\pi^2}\right)\left(\frac{1}{\Xi}\right)\frac{\partial}{\partial t_r}\left(\frac{A_0}{\gamma_q \Xi^2}\right) \qquad (14)$$

$$E_B = \left(-\frac{\sqrt{\lambda}}{8\pi^2}\right)\left(\frac{B_2}{\gamma_q^3\,\Xi^4}\right) - \left(\frac{\sqrt{\lambda}}{8\pi^2}\right)\left(\frac{1}{\Xi}\right)\frac{\partial}{\partial t_r}\left(\frac{1}{\gamma_q \Xi^2}\frac{\partial}{\partial t_r}\frac{B_0}{\Xi}\right) \qquad (15)$$

نتیجه گیری :

چگالی انرژی مربوط به کوارک شتابدار در خلاء N=4 ابرتقارن یانگ- میلز با ثابت جفت شدگی قوی با استفاده از تناظر AdS/CFT محاسبه شد و در نتیجه این کمیت مربوط به نقاطی از ریسمان نامبو گوتوی متعلق به کوارک است که نزدیک به مرز مینکوفسکی فضای گرانشی واقع شده اند. به عبارت دقیق تر تنها انتهای ریسمان است که مشارکت اصلی را در چگالی انرژی دارد به همین علت توزیع انرژی مربوط مشاهده نمی شود. این نکته از اینجا ناشی می شود که صفر شدن عبارت W_q به عنوان شرط تاخیر کلاسیکی برای انتشار یک سیگنال با سرعت نور است. از این رو، الگوی فضا – زمانی انرژی متشابه با مسالهٔ کلاسیکی متناظر می شود زیرا که کاملا به مسیری وابسته شده است که با شرط انتشار سیگنالی با سرعت نور معرفی می شود. در نتیجه در این حالت، وقتی که روی قسمت تابشی ذره تمرکز می کنیم، هیچ انتظاری برای گستردگی انرژی نخواهیم داشت.

مرجع ها :

[1] Y.Hatta, E.Lancu, A.H. Mueller, And D.N. Triantafyllopoulos, “ Radiation By A Heavy Quark InN=4 SYM At Strong Coupling,” Nucl.Phys. B850 (2011) 31-52, [arXiv : hep-th/ 1102.0232]
[2] Christiana Athanasiou,Paul M. Chesler, Hong Liu, Dominik Nickel, And Krishna Rajagopal, “ Synchrotron Radiation In Strongly Coupled Conformal Field Theories,” Phys.Rev. D81 (2010) 126001, Erratum-ibid. D84 (2011) 069901, [arXiv : hep-th/ 1001.3880]
[3] A.Mikhailov, “Nonlinear Waves In AdS/CFT Correspondence ,” May 2003. 16 pp. NSF-KITP-03-38, [arxiv : hep-th/0305196]