پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

شماره مقاله : ۵۸

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

جایگزیده کردن میدان فرمیونی بر روی شامه دو دیواره

علی توفیقی نیاکی، علی فرخ تبار

دانشگاه مازندران

چکیده

در این تحقیق جایگزیده کردن میدان فرمیونی بر روی شامه‌های دو دیواره که شامل دو میدان اسکالری جفت شده با گرانش است مورد بررسی قرار می‌گیرد. جایگزیدگی با استفاده از جفتیدگی یوکاوا صورت می‌گیرد. شرط جایگزیدگی مد صفر نیز مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. همچنین طیف رزنانسی مدهای جرم‌دار بدست آمده و رابطه تعداد رزنانسها با پارامترهای شامه و ثابت جفتیدگی مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

کنش شامه دو دیواره عبارت است از [۱]:

$$S=\int d^4xdr\sqrt{-g}[\frac{1}{4}R-\frac{1}{2}\partial_M\varphi_1\partial^M\varphi_1-\frac{1}{2}\partial_M\varphi_2\partial^M\varphi_2-V(\varphi_1,\varphi_2)] \quad (1)$$

که $g=\det(g_{MN})$ و M,N=0,1,2,3,5 و r مختصه توده است. متریک پنج بعدی تابدار به شکل $ds^2=g_{MN}dx^Mdx^N=e^{2A(r)}\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu+dr^2$ در نظر می‌گیریم که حروف یونانی اشاره به چهار بعد فضا-زمان دارند. $\eta_{\mu\nu}$ متریک فضا-زمان مینکوفسکی با diag(-,+,+,+) است و $e^{2A(r)}$ عامل خمش نامیده می‌شود. با خطی کردن معادلات حرکت، معادلات مرتبه اول زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{d\varphi_i}{dr}=\frac{\partial W_i(\varphi_i)}{\partial\varphi_i},\quad \frac{dA_i}{dr}=-\frac{2}{3}A_i(\varphi_i)\quad (i=1,2) \quad (2)$$

که با فرض $W_i(\varphi_i)=\lambda(\varphi_i-\frac{\varphi_i^3}{3})$، $\varphi_i(r)$ و $A(r)$ برابر است با:

$$\varphi_1(r)=\tanh[\lambda(r-a)],\quad \varphi_2(r)=\tanh[\lambda(r+a)] \quad (3)$$

$$A(r)=\frac{1}{9}\left\{2\tanh^2(\lambda a)-\tanh^2[\lambda(r-a)]-\tanh^2[\lambda(r+a)]\right\}-\frac{4}{9}\ln\left(\frac{\cosh[\lambda(r-a)]\cosh[\lambda(r+a)]}{\cosh^2(\lambda a)}\right) \quad (4)$$

برای جایگزیده کردن فرمیون از جفتیدگی یوکاوا استفاده می‌شود. کنش فرمیونی به صورت زیر است [۲]:

$$S_f=\int d^4xdr[\bar\psi\Gamma^MD_M\psi-\eta\bar\psi F(\varphi_1,\varphi_2)\psi] \quad (5)$$

که η ثابت جفتیدگی و $\Gamma^M=(e^{-A}\gamma^\mu,e^{-A}\gamma^5)$. با تبدیل مختصات $dz=e^{-A}dr$ متریک همدیس تخت $ds^2=e^{2A}(\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu+dz^2)$ حاصل می‌شود. با جداسازی متغیرهای x و z جواب به صورت $\psi(x,z)=\sum_n(\psi_{Ln}f_{Ln}+\psi_{Rn}f_{Rn})$ و کمی محاسبه معادله حرکت وابسته به z فرمیون چپگرد و راستگرد به معادلات شبه شرودینگر زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{cases}[-\partial_z^2+V_L(z)]\tilde f_{Ln}(z)]=m_n^2\tilde f_{Ln}(z)\\ [-\partial_z^2+V_R(z)]\tilde f_{Rn}(z)]=m_n^2\tilde f_{Rn}(z)\end{cases} \quad (6)$$

که $\tilde f_{Ln}=e^{2A}f_{Ln}$ ، $\tilde f_{Rn}=e^{2A}f_{Rn}$ و

$$V_L(z)=\eta^2e^{2A}F^2(\varphi_1,\varphi_2)-\eta\partial_z[e^AF(\varphi_1,\varphi_2)],\quad V_R(z)=V_L(z)|_{\eta\to-\eta} \quad (7)$$

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

از آنجا که تبدیل r به z پیچیده است یافتن فرم رابطه تحلیلی $z(r)$ مشکل است. *بنابراین با روش عددی زوج* (r,z) *را بدست می‌آوریم. بنابراین رابطه* (7) *به فرم زیر تبدیل می‌شود.*

$$V_L(z(r)) = \eta e^{2A}[\eta F^2(\varphi_1,\varphi_2) - \partial_r F(\varphi_1,\varphi_2) - F(\varphi_1,\varphi_2)\partial_r A], \quad V_R(z(r)) = V_L(z(r))|_{\eta\to-\eta} \qquad (8)$$

شرط نرمالیزاسیون برای جایگزیده کردن مد صفر فرمیون بر روی شامه عبارت است از:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dr I_0 = \int_{-\infty}^{\infty} dr \exp\left(-A(r) - 2\eta\int_0^r dr' F(\varphi_1(r'), F(\varphi_2(r'))\right) < \infty \qquad (9)$$

برای تعیین F سه حالت در نظر می‌گیریم:

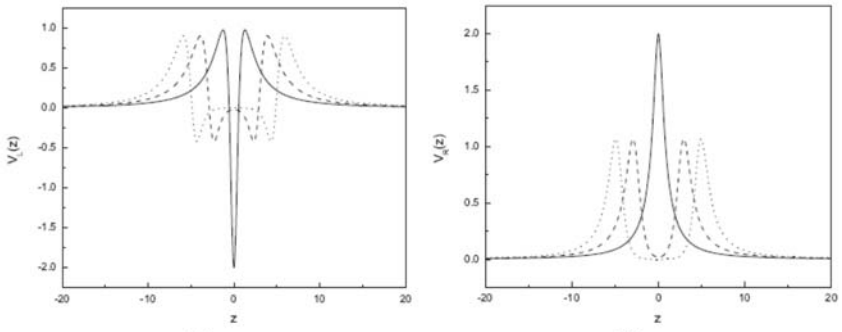
الف) $F = \varphi_1\varphi_2$: در رابطه (9) وقتی $r \to +\infty$ ، $I_0 \to \exp(8/9 - 2\eta r)$ بنابراین I_0 زمانی محدود است که $\eta > 4/9$ که با این شرط وقتی $r \to -\infty$ ، $I_0 \to \exp(-8/9 - 2\eta r) \to \infty$ پس با این F مد صفر نمی‌تواند روی شامه جایگزیده شود.

ب) $F = \varphi_1 - \varphi_2$: وقتی $r \to \pm\infty$ ، $I_0 \to \exp(\pm 8r/9) \to \infty$. بنابراین مد صفر نمی‌تواند روی شامه جایگزیده شود.

پ) $F = \varphi_1 + \varphi_2$: وقتی $r \to \pm\infty$ ، $I_0 \to \exp[\pm(8r/9 - 4\eta r/\lambda)]$. که در این حالت مد صفر زمانی روی شامه جایگزیده می‌گردد که $\eta > 2\lambda/9$ است.. مد صفر فرمیون چپگرد به فرم زیر بدست می‌آید

$$\tilde{f}_{L0} \propto \exp\left(-\eta\int_0^r dr' F(\varphi_1,\varphi_2)\right) = \left(\cosh[\lambda(r-a)]\cosh[\lambda(r+a)]\right)^{-\frac{2\eta}{\lambda}} \qquad (10)$$

فرم پتانسیلهای موثر در شکل (۱) نشان داده شده است. شکل $V_L(z)$ دارای شکل آتشفشانی است. بنابراین بین مد صفر فرمیونی و مدهای جرم‌دار آن هیچ فاصله‌ای وجود ندارد. از طرف دیگر، $V_R(z)$ در محل شامه همواره مثبت است از این رو توانایی به دام اندازی هیچ حالت مقیدی را ندارد و بنابراین مد صفر فرمیون راستگرد را نمی‌توان بر روی شامه جایگزیده کرد.



شکل ۱- پتانسیلهای موثر : a) $V_L(z)$ ، **b)** $V_R(z)$ **به ازای** $a = 1.0$ **(خط ممتد)،** $a = 3.0$ **(خط چین) و** $a = 5.0$ **(نقطه چین)، پارامترهای دیگر** $\eta = 1.0$ **و** $\lambda = 1.0$ **می‌باشند.**

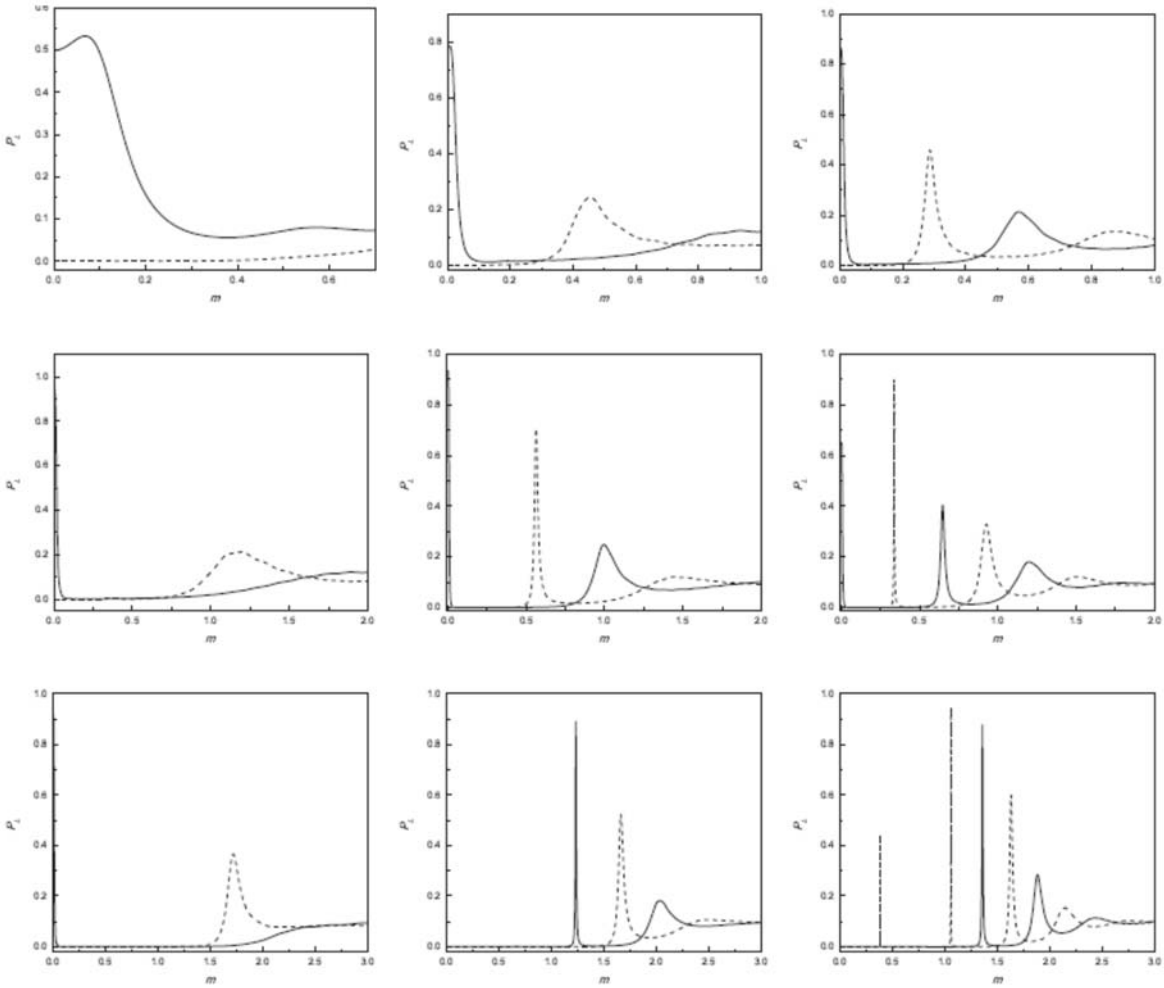
برای بدست آوردن مدهای جرم‌دار کلوزا-کلاین (KK) در معادلات (6) از روش احتمال نسبی بهره می‌بریم[۳]. از آنجا که معادلات مذکور شرودینگر مانند هستند می‌توان $|\tilde{f}_{L,R}(z)|^2$ نرمال شده را به عنوان احتمال یافتن مدهای جرم‌دار KK بر روی شامه تفسیر کرد اما از آنجا که مدهای جرم‌دار وقتی در طول بعد اضافی از شامه دور می‌شوند نوسان می‌کنند نمی‌توان آنها را نرمال کرد. بنابراین تابع احتمال نسبی به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$P_{Ln,Rn}(m)=\frac{\int_{-z_b}^{z_b} dz\,|\,\tilde{f}_{L,R}(z)\,|^2}{\int_{-z_{\max}}^{z_{\max}} dz\,|\,\tilde{f}_{L,R}(z)\,|^2} \qquad (11)$$

که $2z_b$ تقریبا برابر با ضخامت شامه است و $z_{\max}=10z_b$. $\tilde{f}_{L,R}(z)$ جوابهای معادلات (6) با شرایط مرزی زیر است.

$$\begin{cases} \tilde{f}_{L,R}(0)=1, \quad \tilde{f}'_{L,R}(0)=0 & for\ even\ parity \\ \tilde{f}_{L,R}(0)=0, \quad \tilde{f}'_{L,R}(0)=1 & for\ odd\ parity \end{cases} \qquad (12)$$

اگر $m^2 \square V_{L,R\max}$، $\tilde{f}_{L,R}$ تقریبا موج تختی با $P_{L,R}(m)=z_b/z_{\max}=0.1$ خواهد بود. طیفهای رزنانسی حاصل از فرمیونهای چپگرد جایگزیده بر روی شامه در شکل (۲) نشان داده شده‌اند. از روی شکل مشخص می‌شود که تعداد رزنانسها با افزایش η و a افزایش می‌یابد.



شکل ۲- طیف رزنانسی فرمیون چپگرد بر روی شامه دو دیواره با a و η مختلف، سطر بالا $\eta=0.5$، سطر وسط $\eta=1.0$ و سطر پایین $\eta=2.0$، ستون چپ $a=1.0$، ستون وسط $a=3.0$ و ستون راست $a=5.0$، در همه موارد $\lambda=1.0$ می‌باشند.

نتیجه‌گیری

در این مقاله به مطالعه مکانیزم جایگزیده ساختن میدان فرمیونی بر روی یک شامه دو دیواره که متشکل از دو میدان اسکالر است پرداخته شد. در حالتی که میدان فرمیونی با مجموع میدانهای اسکالر شامه از طریق جفتیدگی یوکاوا جفت شود، مد صفر فرمیون چپگرد می‌تواند با شرط $\eta > 2\lambda / 9$ بر روی شامه جایگزیده گردد، اما مد صفر فرمیون راستگرد بر روی شامه جایگزیده نمی‌شود. همچنین با استفاده از روش عددی طیف رزنانسی مدهای جرم‌دار فرمیون بر روی شامه حاصل شد و مشخص گردید که تعداد رزنانسها با افزایش ثابت جفتیدگی، η و فاصله دو دیواره ، a افزایش می‌یابد.

مراجع

[1] A. de Souza Dutra, G. P. de Brito and J. M. Hoff da Silva, *Phys. Rev. D* **91** (2015) no.8, 086016
[2] Y. X. Liu, H. T. Li, Z. H. Zhao, J. X. Li and J. R. Ren, *JHEP* **0910** (2009) 091
[3] C. A. S. Almeida, M. M. Ferreira, Jr., A. R. Gomes and R. Casana, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 125022