مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

اثر شوینگر و جریان شبه-کلاسیک اسکالر در فضازمان دوسیته

احسان باورساد[۱]، کلمنت استال[۲و۳]، شی-شنگ زی[۳]

[۱] دانشکده فیزیک، دانشگاه کاشان، کد پستی ۸۷۳۱۷۵۳۱۵۳ کاشان

[۲] نوردیتا، KTH موسسه سلطنتی صنعتی و دانشگاه استکهلم، استکهلم، سوئد؛ دانشگاه نیس سوفیا آنتیپولیس، نیس، فرانسه

[۳] ICRANet پسکارا، ایتالیا؛ دانشکده فیزیک، دانشگاه رم "La Sapienza"، رم، ایتالیا

چکیده

در این کار ما اثر شوینگر را در فضازمان دوسیته با بُعد دلخواه برای مورد یک میدان اسکالر در یک میدان الکتریکی یکنواخت زمینه، به روش شبه-کلاسیک مطالعه کرده‌ایم. جریان رسانندگی و جریان قطبش را به دست آورده‌ایم. ما یافته‌ایم که برای ذرات فرانسبیتی در میدان الکتریکی قوی پاسخ جریان رسانندگی و قطبش یکسان و به صورت $E^{D/2}$ است.

مقدمه

مطالعه پدیده خلق زوج در میدان الکتریکی زمینه در فضازمان تخت، از دیدگاه نظری با کار پیشگام شوینگر آغاز شد [۱] به همین دلیل این پدیده اثر شوینگر نام گرفت. ما در این کار می‌خواهیم اثر شوینگر را در فضازمان دوسیته با بُعد دلخواه به روش شبه-کلاسیک مطالعه کنیم. شرایط شبه-کلاسیک هنگامی برقرار می‌شود که میدان الکتریکی زمینه و یا جرم ذره نسبت به ثابت هابل بسیار بزرگ باشد. مطالعه شبه-کلاسیک اثر شوینگر و جریان رسانندگی برای مورد میدان اسکالر در [۲] و برای میدان فرمیونی در [۳] انجام شده است. ما در این کار، افزون بر جریان رسانندگی جریان قطبش را نیز حساب کرده‌ایم.

جواب‌های معادله کلاین-گُردون در فضازمان دوسیته

برای مطالعه اثر شوینگر به روش شبه-کلاسیک، به توابع مُد معادله کلاین-گُردون نیاز است. برای به دست آوردن معادله کلاین-گُردون در میدان الکتریکی زمینه در فضازمان دوسیته، کنش الکترودینامیک کوانتمی اسکالر را به صورت زیر درنظر می‌گیریم

$$S=\int d^Dx\sqrt{g}\left\{g^{\mu\nu}(\partial_\mu+ieA_\mu)\varphi(\partial_\nu+ieA_\nu)\varphi^*-m_{ds}^2\varphi\varphi^*\right\},\qquad m_{ds}^2:=m^2+\xi R \tag{۱}$$

به گونه‌ای که φ میدان اسکالر مختلط با جرم m و بار الکتریکی e است. فرض بنیادی ما این است که میدان گرانشی و الکترومغناطیسی از تولید زوج تاثیر نمی‌پذیرد، بنابراین ما این میدان‌ها را به صورت زمینه در نظر می‌گیریم. متریک فضازمان دوسیته $D=1+d$ بُعدی را می‌توان از عنصر خط زیر خواند

$$ds^2=\Omega^2(\tau)(d\tau^2-d\mathbf{x}^2),\qquad \Omega(\tau):=\frac{-1}{\tau H},\qquad \tau\in(-\infty,0),\qquad \mathbf{x}\in\mathbb{R}^d, \tag{۲}$$

به گونه‌ای که τ زمان همدیس و H ثابت هابل است. ξ یک ضریب جفت‌شدگی ثابت و $R=D(D-1)H^2$ خمش اسکالر فضازمان است. برای توصیف یک میدان الکتریکی یکنواخت در دوسیته، پتانسیل برداری میدان الکترومغناطیسی زمینه را به صورت زیر درنظر می‌گیریم

$$A_\mu = -\frac{E}{\tau H^2}\delta_{\mu,1}, \tag{۳}$$

به گونه‌ای که E یک مقدار ثابت است. وردش کنش (۱) و جای‌گذاری معادلات (۲،۳) و استفاده از بازتعریف

$$\tilde{\varphi}(x) := \Omega^{\frac{D-2}{2}}(\tau)\varphi(x), \tag{٤}$$

به معادله کلاین-گُردون می‌انجامد

$$\left[\partial_0^2 - \delta^{ij}\partial_i\partial_j + \frac{2ieE}{\tau H^2}\partial_1 + \frac{1}{\tau^2}\left(\frac{m_{ds}^2}{H^2} + \frac{e^2E^2}{H^4} + \frac{1-d^2}{4}\right)\right]\tilde{\varphi}(x) = 0. \tag{۵}$$

می‌توان نشان داد [۲،٤]، جواب‌های فرکانس مثبت و منفی متعامد بهنجار معادله (۵) که در حد $\tau \to -\infty$ (با زیرنویس in نشان داده شده‌اند) و حد $\tau \to 0$ (با زیرنویس out نشان داده شده‌اند) به صورت موج تخت در فضازمان مینکوفسکی رفتار می‌کنند، به ترتیب به صورت زیر داده می‌شوند

$$\begin{aligned} U_{in} &= (2k)^{\frac{-1}{2}} e^{\frac{i\pi\kappa}{2}} \Omega^{\frac{2-D}{2}}(\tau) e^{i\mathbf{k}.\mathbf{x}} W_{\kappa,\gamma}(z), \qquad V_{in} = (2k)^{\frac{-1}{2}} e^{\frac{-i\pi\kappa}{2}} \Omega^{\frac{2-D}{2}}(\tau) e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{x}} W_{\kappa,-\gamma}(-z), \\ U_{out} &= (4|\gamma|k)^{\frac{-1}{2}} e^{\frac{i\pi\gamma}{2}} \Omega^{\frac{2-D}{2}}(\tau) e^{i\mathbf{k}.\mathbf{x}} M_{\kappa,\gamma}(z), \qquad V_{out} = (2k)^{\frac{-1}{2}} e^{\frac{i\pi\gamma}{2}} \Omega^{\frac{2-D}{2}}(\tau) e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{x}} M_{\kappa,-\gamma}(-z), \end{aligned} \tag{٦}$$

به گونه‌ای که $W_{\kappa,\gamma}(z), M_{\kappa,\gamma}(z)$ توابع ویتاکر هستند و ضریب‌ها به صورت زیر تعریف شده‌اند

$$k := |\mathbf{k}|, \quad z := 2ik\tau, \quad \lambda_m := \frac{m_{ds}}{H}, \quad \lambda := -\frac{eE}{H^2}, \quad r := \frac{k_x}{k}, \quad \gamma = \sqrt{\frac{d^2}{4} - \lambda^2 - \lambda_m^2}, \quad \kappa = -i\lambda r. \tag{۷}$$

در شرایط شبه-کلاسیک $\lambda^2 + \lambda_m^2 \gg 1$ است و بنابراین $|\gamma| \gg 1$, $\gamma = i|\gamma|$. با استفاده از رابطه تعریف کننده ضریب‌های بوگولیوبف $U_{out,\mathbf{k}} = \alpha_\mathbf{k} U_{in,\mathbf{k}} + \beta_\mathbf{k} V_{in,-\mathbf{k}}$ نتیجه‌های زیر را به دست می‌آوریم

$$\alpha_\mathbf{k} = \frac{(2|\gamma|)^{\frac{1}{2}}\Gamma(-2\gamma)}{\Gamma(\frac{1}{2} - \gamma - \kappa)} e^{\frac{i\pi(\kappa-\gamma)}{2}}, \qquad \beta_\mathbf{k} = \frac{-i(2|\gamma|)^{\frac{1}{2}}\Gamma(-2\gamma)}{\Gamma(\frac{1}{2} - \gamma + \kappa)} e^{\frac{i\pi(\kappa+\gamma)}{2}}. \tag{۸}$$

چگالی تعداد زوج‌های خلق شده در یکای زمان، به دیگر سخن آهنگ واپاشی، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Gamma = \frac{1}{\Omega^D(\tau)\Delta\tau} \times \int \frac{d^dk}{(2\pi)^d} |\beta_\mathbf{k}|^2 = \frac{H^D|\gamma|^d}{(4\pi)^{\frac{d}{2}}\Gamma(d/2)} \mathrm{csch}(2\pi|\gamma|)(e^{-2\pi|\gamma|} + \Gamma(\frac{d}{2})(\pi\lambda)^{1-\frac{d}{2}} I_{\frac{d}{2}-1}(2\pi\lambda)), \tag{۹}$$

گونه‌ای که $I_\nu(x)$ تابع بسل تعمیم یافته است. برای به دست آوردن نتیجه (۹) از رابطه $k\tau \ll -|\gamma|$ برای تبدیل انتگرال تکانه به انتگرال به زمان، استفاده کرده‌ایم [۵]. چگالی تعداد زوج‌های خلق شده در زمان τ از رابطه زیر به دست می‌آید

$$n = \Omega^{-d}(\tau)\int_{-\infty}^{\tau} \Omega^D(\tau')\Gamma d\tau' = \frac{\Gamma}{Hd}. \tag{۱۰}$$

جریان رسانندگی شبه-کلاسیک

به طور کلی رابطه میان جریان رسانندگی، J_{con}، و چگالی تعداد ذرات شبه-کلاسیک که دارای سرعت v هستند به صورت $J_{con}=2evn$ است، به گونه‌ای که n در معادله (۱۰) داده شده است. برای ذرات فرانسبیتی $v\simeq 1$ و رابطه‌های $\lambda \gg \lambda_m \gg 1$ برقرار هستند. با استفاده از بسط مجانبی تابع بسل تعمیم یافته، به دست می‌آوریم

$$J_{con}\simeq \frac{2e\,|eE|^{\frac{D}{2}}}{H(2\pi)^d\,d}. \tag{۱۱}$$

برای ذرات نانسبیتی سرعت را به صورت $v\simeq \frac{eE}{mH}$ در نظر می‌گیریم و رابطه‌های $\lambda_m \gg \lambda \gg 1$ برقرار هستند. با استفاده از بسط مجانبی تابع بسل تعمیم یافته، به دست می‌آوریم

$$J_{con}\simeq \frac{2eH^{D-3}}{(2\pi)^d\,d}m_{ds}^2\left|\frac{eE}{m_{ds}^2}\right|^{\frac{4-D}{2}} e^{\frac{-2\pi m_{ds}}{H}}. \tag{۱۲}$$

جریان قطبش شبه-کلاسیک

خلق تدریجی زوج‌ها همزمان با انبساط دوسیته، به یک دوقطبی الکتریکی وابسته به زمان و بنابراین یک جریان قطبش [٦] افزون‌بر جریان رسانندگی می‌انجامد. در فضازمان دوسیته جریان قطبش را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$J_{pol}=\frac{2}{E\Omega^D(\tau)\Delta\tau}\times\int\frac{d^dk}{(2\pi)^d}\sqrt{\mathbf{p}^2+m_{ds}^2}\,|\beta_{\mathbf{k}}|^2,\qquad \mathbf{p}=\Omega^{-1}(\tau)(\mathbf{k}-e\mathbf{A}). \tag{۱۳}$$

می‌توان نشان داد برای ذرات فرا-نسبیتی جریان قطبش به صورت زیر تقریب زده می‌شود

$$J_{pol}\simeq \frac{4e}{(2\pi)^d H}|eE|^{\frac{D}{2}}. \tag{۱٤}$$

برای ذرات نانسبیتی جریان قطبش با عبارت تقریبی $J_{pol}\simeq \frac{2eH^d}{(2\pi)^d}\left|\frac{eE}{m_{ds}^2}\right|^{\frac{-D}{2}}\exp(-\frac{2\pi m_{ds}}{H})$ داده می‌شود

نتیجه‌گیری

در این کار، ما نشان دادیم جریان رسانندگی برای ذرات فرانسبیتی به صورت $E^{D/2}$ و برای ذرات نانسبیتی به صورت $E^{(4-D)/2}$ همراه با یک ضریب کوچک کننده نمایی پاسخ می‌دهد. جریان قطبش برای ذرات فرانسبیتی به صورت $E^{D/2}$ و برای ذرات نانسبیتی به صورت $E^{-D/2}$ همراه با یک ضریب کوچک کننده نمایی پاسخ می‌دهد.

مرجع‌ها

1. J. S. Schwinger, *Phys. Rev.* **82**, 664 (1951).
2. E. Bavarsad, C. Stahl and S. S. Xue, [arXiv:1602.06556v1[hep-th]].
3. C. Stahl and E. Strobel, *AIP Conf. Proc.* **1693**, 050005 (2015).
4. S. P. Kim, [arXiv:1602.05336 [hep-th]].
5. T. Kobayashi and N. Afshordi, *JHEP* **1410**, 166 (2014).
6. Y. Kluger, J. M. Eisenberg, B. Svetitsky, F. Cooper, E. Mottola, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2427 (1991).