

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

ارائه یک مدل تحلیلی ساده برای بررسی طیف جرمی باریون‌های سبک و فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی

پروتون

اصلان زاده، مهدی؛ رجبی، علی اکبر؛ احمدی پویا، اسکندر

شاهرود - بلوار دانشگاه - دانشگاه صنعتی شاهرود - دانشکده فیزیک

چکیده

ما در این مقاله با ارائه یک مدل تحلیلی ساده، طیف جرمی باریون‌های سبک و فرم فاکتورهای الکتریکی و مغناطیسی پروتون را بررسی کرده‌ایم. ابتدا با ارائه یک توصیف غیرنسبیتی وابسته به اسپین و ایزواسپین برای طیف باریونی، انرژی باریون‌ها را در حالت پایه و حالت‌های رزونانسی بازتولید می‌کنیم و در ادامه فرم فاکتورهای الکتریکی و مغناطیسی پروتون در مدل ارائه شده محاسبه شده‌اند. با در نظر گرفتن نتایج بدست آمده می‌توان مشاهده کرد که طیف جرمی بدست آمده برای باریون‌ها و فرم فاکتورهای نظری برای پروتون تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد.

در این مقاله ما قصد داریم یک مدل سه کوارکی تحلیلی ساده برای بررسی ساختار داخلی باریون‌های سبک ارائه کنیم. برای این منظور، باریون‌ها را به‌عنوان یک سیستم مقید سه کوارکی در نظر گرفته و با ارائه یک توصیف غیرنسبیتی وابسته به اسپین و ایزواسپین، طیف باریونی را محاسبه می‌کنیم. با توجه به محاسبات QCD و مدل‌های کوارک سازنده [2,1]، پتانسیل بین کوارک‌ها را شامل دو بخش در نظر می‌گیریم: یک بخش مستقل از اسپین و طعم که شامل محبوس‌شدگی است و یک قسمت وابسته به اسپین و ایزواسپین برای ایجاد ساختار فوق‌ریز. بدین ترتیب اثرات برهمکنش‌های اسپین-اسپین، ایزواسپین-ایزواسپین و اسپین-ایزواسپین را، بدون استفاده از روش اختلالی، بر روی طیف انرژی باریون‌ها محاسبه می‌کنیم. در ادامه، فرم فاکتور الکتریکی و مغناطیسی پروتون را در مدل ارائه شده محاسبه کرده‌ایم. بر اساس مدل کوارک سازنده، باریون‌ها متشکل از سه کوارک سنگین (جرم کوارک از مرتبه چندصد MeV) می‌باشند. با استفاده از مختصات ژاکوبی برای سیستم سه جسمی به صورت $\rho = \frac{r_1 - r_2}{\sqrt{2}}$ (فاصله نسبی در زیرسیستم دوجسمی) و $\lambda = \frac{2r_3 - (r_1 + r_2)}{\sqrt{6}}$ (فاصله نسبی ذره سوم از مرکز جرم دو ذره دیگر) و تعریف ابرشعاع به صورت $x = \sqrt{\rho^2 + \lambda^2}$ همراه با تعریف ابرزاویه به صورت $\xi = \arctan(\frac{\rho}{\lambda})$ ، معادله شرودینگر سه جسمی در فرمول‌بندی فوق‌کروی به شکل یک معادله مشتقی تک متغیره درمی‌آید که تنها شامل متغیر ابرشعاع است. [4,3].

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{5}{x} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\gamma(\gamma+4)}{x^2} + 2m(E - V(x)) \right] \Psi_{n\gamma}(x) = 0 \quad (1)$$

در اینجا پتانسیل فوق‌مرکزی را به صورت مجموع پتانسیل‌های فوق‌کولنی (ناشی از تبادل گلوئون بین کوارک‌ها)، پتانسیل محبوس‌کننده (به صورت یک جمله خطی) و برهمکنش‌های تبدیلی اسپین و ایزواسپین (برای بازتولید ساختار فوق‌ریز) در نظر می‌گیریم.

(۲)

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

$$V_{3q} = \alpha x - \frac{\tau}{x} + \frac{e^{-\mu x}}{x} \sum_{i < j} A_S(\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j) + A_I(\mathbf{t}_i \cdot \mathbf{t}_j) + A_{SI}(\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j)(\mathbf{t}_i \cdot \mathbf{t}_j)$$

در اینجا ما به جای جمله دلتای دیراک از تابع یوکاوا-مانند استفاده کرده‌ایم. در روابط فوق، \mathbf{s}_i (ایزواسپین) اپراتور اسپین (ایزواسپین) کوآرک i -ام می‌باشد. با ارائه تقریب‌های مناسب برای جمله‌های خطی و کولنی به صورت

$$x \approx 3x_0 - 3\frac{x_0^2}{x} + \frac{x_0^3}{x^2}, \quad \frac{1}{x} \approx \frac{\mu}{1 - e^{-\mu x}} \quad (۳)$$

می‌توانیم مسئله را به صورت تحلیلی حل کنیم. با این ملاحظات، معادله (1) به شکل زیر نوشته می‌شود.

$$\frac{d^2 R(y)}{dy^2} + \frac{1}{y} \frac{dR(y)}{dy} + \left[\frac{-B_1 y^2 + B_2 y - B_3}{y^2(1-y)^2} \right] R(y) = 0 \quad (۴)$$

که در آن

$$B_1 = \frac{2m(3\alpha x_0 - E)}{\mu^2} - \frac{2m}{\mu} A_{hyp}, \quad B_3 = \frac{2m(3\alpha x_0 - E)}{\mu^2} + \left(\gamma + \frac{3}{2}\right)\left(\gamma + \frac{5}{2}\right) + 2m\alpha x_0^3 - \frac{2m}{\mu}(\tau + 3\alpha x_0^2),$$

$$B_2 = \frac{4m(3\alpha x_0 - E)}{\mu^2} - \frac{2m}{\mu}(\bar{\tau} + A_{hyp}), \quad A_{hyp}(S, T) = A_S\left(S^2 - \frac{9}{4}\right) + A_I\left(T^2 - \frac{9}{4}\right) + A_{SI}\left(S^2 - \frac{9}{4}\right)\left(T^2 - \frac{9}{4}\right) \quad (۵)$$

با استفاده از روش NU برای حل دقیق معادله (۴)، تابع موج ابرشعاعی به صورت زیر بدست می‌آید [5]:

$$\psi_{n\gamma}(x) = C_n x^{-\frac{5}{2}} e^{-\mu\sqrt{B_3}x} (1 - e^{-\mu x})^{\frac{1}{2} + \sqrt{B_1 - B_2 + B_3 + \frac{1}{4}}} P_n^{(2\sqrt{B_3}, 2\sqrt{B_1 - B_2 + B_3 + \frac{1}{4}})}(1 - 2e^{-\mu x}) \quad (۶)$$

که در آن $P_n^{(\alpha, \beta)}(z)$ چندجمله‌ای‌های ژاکوبی هستند و انرژی کل را می‌توان از معادله زیر بدست آورد.

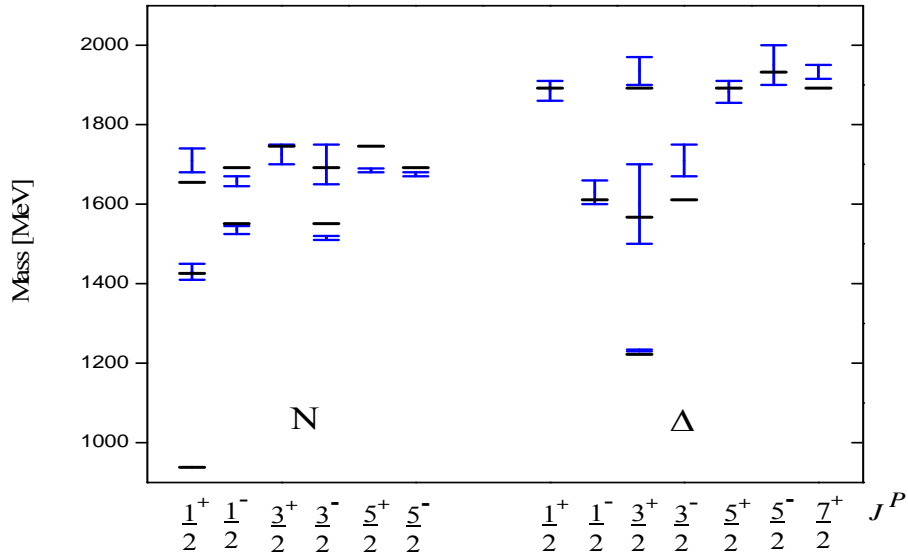
$$M_{n,\gamma}^{S,T} = 3m + 3\alpha x_0 - \mu\bar{\tau} + \frac{\mu^2(\tilde{\gamma} + \frac{3}{2})(\tilde{\gamma} + \frac{5}{2})}{2m} - \frac{m}{2} \left[\frac{\bar{\tau} - A_{hyp}(S, T) - \frac{\mu(\tilde{\gamma} + \frac{3}{2})(\tilde{\gamma} + \frac{5}{2})}{2m}}{n + \tilde{\gamma} + \frac{5}{2}} - \frac{\mu}{2m} (n + \tilde{\gamma} + \frac{5}{2}) \right]^2 \quad (۷)$$

که در اینجا $\tilde{\tau} = \tau + 3\alpha x_0^2$ و $\tilde{\gamma} + 2 = [(\gamma + 2)^2 + 2m\alpha x_0^3]^{1/2}$ می‌باشند. در شکل (۱)، طیف جرمی نوکلئون و رزونانس Δ ، به ازای مقادیر برازش‌یافته پارامترهای جدول (1)، در مقایسه با مقادیر آزمایشگاهی [6]، نشان داده شده است.

جدول 1. مقادیر برازش‌یافته پارامترهای معادله (51) که از طریق یک فرایند تحلیلی تعیین شده‌اند.

Parameter	α (fm ⁻³)	x_0 (fm)	τ	m (MeV)	μ (fm ⁻¹)	A_S (MeV.fm)	A_I (MeV.fm)	A_{SI} (MeV.fm)
Value	۱,۲۳	۰,۵	۴,۷۳	۳۱۳	۰,۰۶	41.27	38.65	-7.1

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)



شکل ۱: طیف جرمی نظری باریون‌های سبک (خط‌های سیاه) در قیاس با مقادیر آزمایشگاهی (بازه‌های آبی رنگ) [6].

وقتی با جریان‌های الکترومغناطیسی باریون‌ها را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم (پراکندگی الکترون یا میون از پروتون) ویژگی‌های الکترومغناطیسی پروتون، مانند توزیع بار و جریان، را می‌توان با فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی توصیف کرد. فرم فاکتورها اثرهای برهمکنش قوی اجزاء درون پروتون را در خود دارند. داده‌های آزمایشگاهی برای فرم فاکتورهای کشسان معمولاً با یک شکل دوقطبی برازش داده می‌شوند [7].

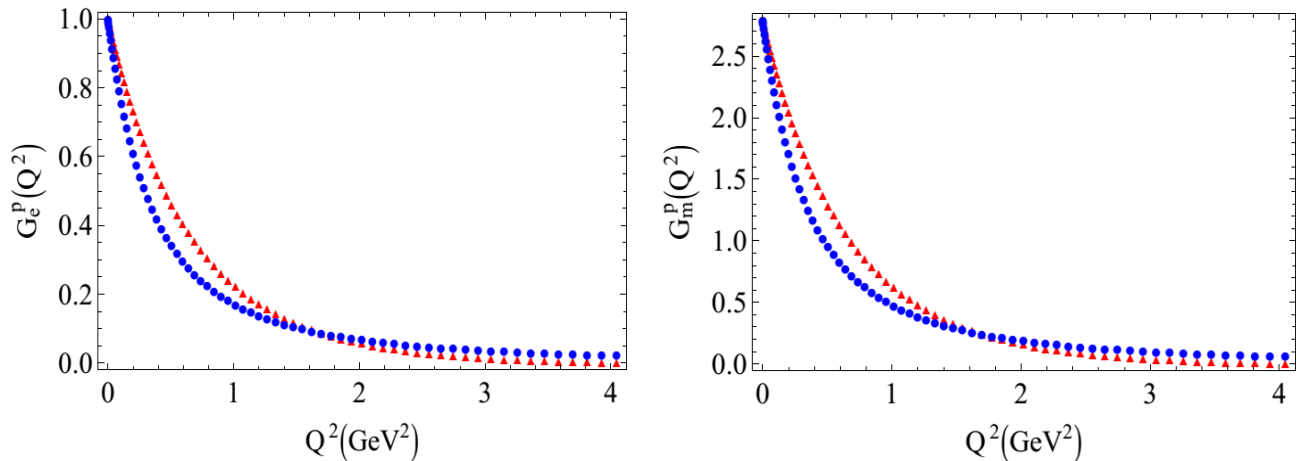
$$G_D(Q^2) = (1 - Q^2/\Lambda^2)^{-2} = G_E^p(Q^2), \quad G_M^p(Q^2) = \mu_p G_D(Q^2), \quad \Lambda^2 = 0.71 (GeV/c)^2 \quad (8)$$

در مدل کنونی، فرم فاکتور باری پروتون با عنصر ماتریسی عملگر چگالی بار داده می‌شود [8].

$$G_E^p(Q^2) = \langle p | e^{-ik\lambda_z} | p \rangle \quad (9)$$

که در آن $\eta = \sqrt{\frac{2}{3}}$ و در سیستم بریت، $Q^2 = k^2$ می‌باشد. با استفاده از توابع موج (۶) فرم فاکتورهای الکتریکی و مغناطیسی پروتون در شکل (۲) برای $Q^2 < 4 (GeV/c)^2$ نمایش داده شده‌اند.

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)



شکل ۲. فرم فکتورهای الکتریکی (چپ) و مغناطیسی (راست) پروتون. دایره‌های توپر فرم فکتور دوقطبی و مثلث‌های توپر فرم فکتور نظری هستند.

نتیجه‌گیری

می‌توان مشاهده کرد که طیف جرمی نظری فرم فکتورهای نظری یک رفتار دوقطبی-مانند دارند که تطابق نسبتاً خوبی با داده‌های آزمایشگاهی دارد، در حالی که یک اختلاف اندکی در ناحیه Q^2 پایین، یعنی ناحیه $Q^2 < 2 (GeV/c)^2$ ، بین فرم فکتورهای (الکتریکی و مغناطیسی) نظری و دوقطبی وجود دارد که می‌توان آن را به عدم احتساب اثرات نسبی در مدل کنونی نسبت داد. در کل، تطابق خوب نتایج به دست آمده از مدل کنونی با داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد که مدل کنونی، با ارائه یک حل تحلیلی مناسب و همچنین لحاظ کردن اثرات برهم‌کنش فوق ریز در تابع موج، به ما اجازه می‌دهد تا به توصیف بهبود یافته‌تری برای طیف جرمی باریون‌های سبک و فرم فکتورهای الکتریکی و مغناطیسی پروتون دست بیابیم.

مراجع ها

- [1] R Bijker, F Iachello and A Leviatan, *Ann. Phys. (N.Y.)* **236** (1994) 69
- [2] W Melnitchouk *et al.*, *Phys. Rev. D* **67** (2003) 114506
- [3] J Ballot and M F de la Ripelle, *Ann. Of Phys. (N.Y.)* **127** (1980) 62
- [4] M.M. Giannini, E. Santopinto, A. Vassallo, *Eur.Phys.J. A* **12** (2001) 447.
- [5] A. F. Nikiforov, VB Uvarov, *Special Functions of Mathematical Physics*, (Birkhauser, Basel, Switzerland) 1st ed. (1988)
- [6] K A Olive *et al.* (Particle Data Group Collaboration), *Chin. Phys. C* **38** (2014) 090001
- [7] C F Perdrisat, V Punjabi and M Vanderhaeghen, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **59** (2007) 694
- [8] R G Sachs, *Phys. Rev.* **126** (1962) 2256