

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

توزیع فضایی تابش خودبخودی یک اتم دو ترازوی برانگیخته در مجاورت یک پوشش متاماده کروی ناپدیدکننده در رژیم جفت‌شدگی قوی

مینا مرشد بهبهانی^۱، احسان عمقربان^{۱،۲}، علی مهدیفر^{۱،۲}

^۱ دانشگاه شهرکرد، دانشکده علوم، گروه فیزیک

^۲ دانشگاه شهرکرد، گروه پژوهشی فوتونیک

چکیده

در این مقاله به بررسی اثر پوشش متاماده‌ی ناپدیدکننده کروی بر توزیع فضایی تابش خودبخودی گسیل شده از یک اتم دو ترازوی برانگیخته در نزدیکی پوشش می‌پردازیم. در این‌جا برهم‌کنش سامانه مزبور را در رژیم جفت‌شدگی قوی در نظر می‌گیریم، سپس نتایج عددی بدست آمده برای شدت تابش خودبخودی گسیل شده توسط اتم برانگیخته را در حضور و عدم حضور پوشش و برای اشکالی پنهان با خواص اپتیکی متفاوت بررسی می‌کنیم.

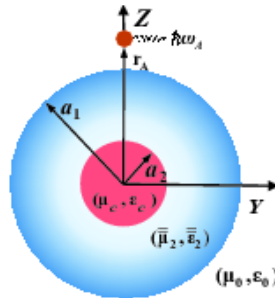
متمواد ساختارهایی مصنوعی هستند که رفتار الکترومغناطیسی آن‌ها به گونه‌ای است که در مواد طبیعی مشاهده نمی‌شوند. یکی از کاربردهای جالب این مواد پوشش‌های ناپدیدکننده است. این پوشش‌ها با در برگرفتن شی ناپدیدشونده و با هدایت پرتوهای نور فرودی پیرامون شی و خروج آن‌ها در همان راستای فرودی از پوشش، شی و پوشش را از دید ناظر بیرونی پنهان نگه می‌دارند. تاکنون عملکرد و کارایی این پوشش‌ها در حوزه‌ی کلاسیک مورد بررسی بسیار قرار گرفته است. گروه ما [۴-۱] برای اولین بار اثرات کوانتومی این پوشش‌ها بر گسیل خودبخودی یک اتم دو ترازوی برانگیخته در مجاورت این پوشش‌ها و شدت توزیع فضایی تابش گسیل شده از اتم مزبور را بررسی کرده‌اند. نشان داده شد که در رژیم جفت‌شدگی ضعیف، این پوشش‌ها به شدت پاشنده و جاذب هستند به طوری که در نزدیکی بسامد پوشش، شیء پنهان شده به شدت نمایان می‌شود ولی در نواحی دور از بسامد تشدید و همچنین در فواصل دور از پوشش عملکرد خوبی از خود نشان می‌دهند. در این مقاله به تعمیم محاسبات و بررسی‌های قبلی خود در رژیم جفت‌شدگی قوی می‌پردازیم.

یک اتم دو ترازوی برانگیخته با بسامد گذار ω_A در مکان \mathbf{r}_A از پوشش متاماده‌ی ناپدیدکننده در نظر می‌گیریم. در این‌جا برای سادگی محاسبات، فرض می‌کنیم که گشتاور دوقطبی اتم مزبور مطابق شکل ۱ در جهت محور \hat{z} ها است. مطابق مرجع [۵] تانسور گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی پوشش ناپدیدکننده را در الگوی لورنتس به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}(\mathbf{r}, \omega) &= [(\epsilon_r - \epsilon_i)] \hat{r}\hat{r} + \epsilon_i \bar{I}, & \bar{\mu}(\mathbf{r}, \omega) &= [(\mu_r - \mu_i)] \hat{r}\hat{r} + \mu_i \bar{I}, \\ \epsilon_i(\omega) = \mu_i(\omega) &= \frac{b}{b-a} \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \right), & \epsilon_r(\mathbf{r}, \omega) = \mu_r(\mathbf{r}, \omega) &= \frac{b}{b-a} \left(\frac{(r-a)^2}{r^2} \right) \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

که در آن $\bar{\mathbf{T}} = \hat{r}\hat{r} + \hat{\theta}\hat{\theta} + \hat{\phi}\hat{\phi}$ تانسور واحد، ω_p بسامد پلاسما و γ ضریب جذب پوشش است. در این‌جا گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی شیء ناپدید شونده‌ای را که در مرکز پوشش واقع می‌شود به صورت همگن و همسانگرد $\varepsilon(\omega) = \mu(\omega) = \alpha \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \right)$ با $\alpha = 1.3$ و $\alpha = 1.9$ در نظر می‌گیریم.



شکل ۱: نمایی از پوشش متاماده ناپدیدکننده.

در مراجع [۴-۱] هامیلتونی سامانه متشکل از اتم، میدان الکترومغناطیسی، پوشش کروی ناپدیدکننده و برهم‌کنش بین آن‌ها و همچنین بردار حالت سامانه و متعاقباً معادلات حرکت بدست آمده‌اند. در این‌جا به اختصار فقط نتایج نهایی را بیان می‌کنیم. در تصویر شرویدینگر تحول زمانی دامنه احتمال یافتن اتم در تراز برانگیخته به صورت زیر بدست می‌آید

$$\dot{C}_u(t) = -i\delta\omega C_u(t) + \int_0^t dt' \bar{K}(t-t') C_u(t'), \quad (2)$$

که در آن تانسور کرنل $\bar{K}(t-t')$ به صورت زیر توسط تانسور گرین در مکان اتم و بسامد گذار اتم تعیین می‌شود

$$\bar{K}(t-t') = \frac{1}{\hbar\pi\epsilon_0} \int_0^\infty d\omega \frac{\omega^2}{c^2} e^{-i(\omega-\tilde{\omega}_A)(t-t')} \mathbf{d}_A \cdot \text{Im}\bar{G}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_A, \omega_A) \cdot \mathbf{d}_A. \quad (3)$$

معادله (۳) را می‌توان در دو رژیم جفت‌شدگی قوی و ضعیف به صورت تحلیلی حل کرد. در رژیم جفت‌شدگی ضعیف با استفاده از تقریب مارکوف، دامنه احتمال $C_u(t')$ به صورت $C_u(t) = \exp\left[\left(-\frac{1}{2}\Gamma + i\delta\omega\right)t\right]$ جابه‌جایی لمب و Γ آهنگ گسیل خودبخودی گسیل خودبخودی بر حسب تانسور گرین سامانه به صورت زیر بیان می‌شوند [۵]

$$\delta\omega = \frac{1}{\hbar\pi\epsilon_0} P \int_0^\infty d\omega \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\mathbf{d}_A \cdot \text{Im}\bar{G}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_A, \omega) \cdot \mathbf{d}_A}{\omega - \tilde{\omega}_A}, \quad \Gamma = \frac{2\tilde{\omega}_A^2}{\hbar\epsilon_0 c^2} \mathbf{d}_A \cdot \text{Im}\bar{G}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_A, \omega) \cdot \mathbf{d}_A. \quad (4)$$

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

لازم به ذکر است که مشخصه‌ی بارز رژیم جفت‌شدگی ضعیف افت‌نمایی یکنواخت دامنه احتمال $C_u(t)$ است. زمانی که بسامد گذار اتم ω_A به بسامد تشدید ω_c پوشش متاماده‌ی مورد نظر نزدیک شود، انتظار داریم که رژیم جفت‌شدگی قوی برقرار باشد. در این حالت اگر فرض کنیم که قسمت موهومی تانسور گرین توزیع لورنتسی دارد، معادله (۳) به صورت زیر نوشته می‌شود [۶]

$$\bar{K}(t-t') = -\frac{1}{2} \Gamma \delta\omega_c e^{-i(\omega_c - \omega_A)(t-t')} e^{-\delta\omega_c |t-t'|}. \quad (5)$$

در این جا $\delta\omega_c$ بیانگر نیم پهنای توزیع لورنتسی در نیمه‌ی ارتفاع قله مرکزی است. با جایگذاری این رابطه در رابطه (۲) به یک معادله دیفرانسیل همگن مرتبه دو می‌رسیم

$$\ddot{C}_u(t) + [i(\omega_c - \omega_A) + \delta\omega_c] \dot{C}_u(t) + (\Omega/2)^2 C_u(t) = 0, \quad (6)$$

که در آن $\Omega = \sqrt{2\Gamma\delta\omega_c}$ است. پاسخ این معادله برای وضعیتی که $\omega_A \approx \omega_c$ باشد به شکل زیر بدست می‌آید

$$C_u(t) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\delta\omega_c}{\sqrt{\delta\omega_c^2 - \Omega^2}} \right) e^{(-\delta\omega_c + \sqrt{\delta\omega_c^2 - \Omega^2})\frac{t}{2}} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\delta\omega_c}{\sqrt{\delta\omega_c^2 - \Omega^2}} \right) e^{-(\delta\omega_c + \sqrt{\delta\omega_c^2 - \Omega^2})\frac{t}{2}}. \quad (7)$$

به سادگی می‌توان نشان داد به ازای $\Omega \ll \delta\omega_c$ ، رابطه بالا به صورت زیر ساده می‌شود

$$C_u(t) = e^{-\frac{\delta\omega_c t}{2}} \cos(\Omega t / 2). \quad (8)$$

همانطور که مشاهده می‌شود که رژیم جفت‌شدگی قوی توسط بسامدهای برگشت پذیر رابی مشخص شده و انرژی اتم برانگیخته به صورت دوره‌ای بین اتوم و میدان الکترومغناطیسی مبادله می‌شود.

شدت تابش خودبخودی گسیل شده از اتم دوترازی برانگیخته در مکان \mathbf{r}_A و زمان t به صورت زیر بدست می‌آید [۷]

$$\mathbf{I}(\mathbf{r}, t) = \left| \frac{k_A^2 \mathbf{d}_A}{\pi \epsilon_0} \int_0^t dt' \left[C_u(t') \int_0^\infty d\omega \text{Im}[\bar{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_A, \omega)] e^{-i(\omega - \omega_A)(t-t')} \right] \right|^2. \quad (9)$$

با جایگذاری رابطه (۸) در رابطه بالا، داریم:

$$\mathbf{I}_s(\mathbf{r}, t) = |\mathbf{F}_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}_A, \omega)|^2 e^{-2\delta\omega_c t} \sin^2\left(\frac{\Omega t}{2}\right), \quad (10)$$

که در آن تابع توزیع فضایی $\mathbf{F}_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}_A, \omega)$ به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\mathbf{F}_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}_A, \omega) = -\frac{i\omega_A^2 d_A}{\pi c^2 \epsilon_0} \frac{\delta\omega_c}{\Omega} \text{Im}[\bar{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_A, \omega)]. \quad (11)$$

تانسور گرین بالا که در معادله ناهمگن هلمهولتز $\nabla \times [\bar{\mu}^{-1}(\mathbf{r}, \omega) \nabla \times \bar{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)] - \frac{\omega^2 \bar{\epsilon}(\mathbf{r}, \omega)}{c^2} \bar{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \mu_0 \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{1}_3$ صدق می‌کند، برای وضعیتی که چشمه و نقاط میدان در بیرون از پوشش است به صورت صورت زیر نوشته می‌شود [۸]

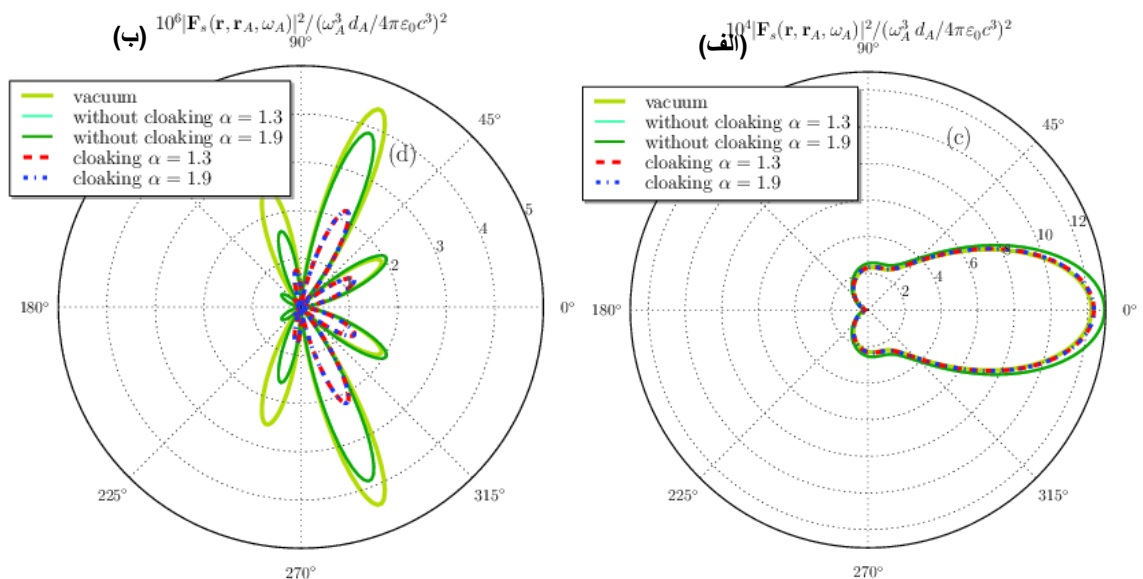
$$\bar{G}_s^{(11)}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_A, \omega) = \frac{ik_1 \mu_1}{8\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) B_M^{11} \left(z_n^{(1)}(kr) \right)^2 + \left(\frac{1}{kr} \frac{d}{dk} \left[r z_n^{(1)}(kr) \right] \right)^2 B_N^{11}. \quad (12)$$

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

به دلیل طولانی بودن روابط مربوط به ضرایب B_M^{11} و B_N^{11} از نوشتن آن‌ها صرف‌نظر کرده‌ایم. نتایج عددی تابع توزیع فضایی $|\mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_A, \omega)|^2 / (k_A^3 d_A / 4\pi\epsilon_0)^2$ در شکل (۲) رسم شده است.

نتیجه گیری

در شکل ۲ نمودارهای نقطه‌چین قرمز و فاصله-نقطه‌چین آبی رنگ مربوط به وضعیتی هستند که پوشش وجود نداشته و پارامتر اپتیکی شیء ناپدیدشونده، α ، به ترتیب ۱.۳ و ۱.۹ انتخاب شده است. نمودارهای توپر فیروزه‌ای و سبز رنگ نیز در غیاب پوشش ترسیم شده‌اند. از شکل ۲(الف) مشاهده می‌شود که در نزدیکی بسامد تشدید پوشش، فوتون گسیلی از اتم برانگیخته توسط پوشش و شیء واقع در هسته‌ی پوشش جذب می‌شود و از این‌رو دامنه‌ی توزیع فضایی تابش گسیلی به شدت کاهش می‌یابد. در صورتی‌که برای وضعیتی که پوشش وجود ندارد و فقط شیء ناپدیدشونده در ناحیه‌ی مرکزی قرار دارد، کاهش دامنه‌ی توزیع فضایی کمتر از وضعیتی است که پوشش وجود دارد. از شکل ۲(ب) که در نواحی دور از بسامد تشدید پوشش رسم شده است مشاهده می‌کنیم که پوشش عملکرد نسبتاً خوبی از خود نشان می‌دهد بطوری‌که منحنی‌های مربوطه در حضور پوشش بر منحنی متناظر با خلاء منطبق می‌شوند. همچنین همان‌طور که از نتایج کلاسیکی انتظار داشتیم این پوشش‌ها مستقل از شیء ناپدیدشونده عمل می‌کنند و نمودارهای نقطه‌چین قرمز رنگ و فاصله-نقطه‌چین آبی رنگ روی هم منطبق می‌شوند. با مقایسه‌ی نتایج بدست آمده از رژیم جفت‌شدگی ضعیف در مرجع [۳] با نتایج این مقاله به این نتیجه می‌رسیم که در رژیم جفت‌شدگی قوی و در نواحی دور از بسامد تشدید، به جز افزایش لب‌های الگوی انتشاری از دو پر به هشت پر و همچنین کاهش دامنه تغییرات، نتایج تغییر محسوسی نمی‌کنند. بنابراین نتیجه می‌گیریم که پوشش‌های تماماده‌ی ناپدیدکننده در رژیم جفت‌شدگی قوی و در بسامدهای دور از بسامد تشدید نیز عملکرد نسبتاً خوبی از خود نشان می‌دهند.



شکل ۲: نمودار قطبی بهنجار شده $|\mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_A, \omega)|^2 / (k_A^3 d_A / 4\pi\epsilon_0)^2$ در رژیم جفت‌شدگی قوی (الف) $\omega = \omega_0$ و (ب) $\omega = 0.01\omega_0$. در این جا $\delta\omega_c = 0.01$ است.

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

مرجع‌ها

- [۱] عموقربان ا.، مهدیفرع.، مرشد بهبهانی م.، چوپانیان ش.، آهنگ گسیل خودبه‌خودی یک اتم دوترازی برانگیخته در حضور یک پوشش متاماده‌ی ناپدیدکننده، مقاله‌نامه کنفرانس فیزیک ایران، ۲۰۱-۲۰۴ (۱۳۹۳).
- [۲] عموقربان ا.، مهدیفرع.، مرشد بهبهانی م.، اثر اپتیک کوانتومی پوشش‌های متاماده‌ی ناپدیدکننده بر گسیل خودبه‌خودی یک اتم دوترازی، کنفرانس اپتیک فوتونیک ایران، ۱۰۸۵-۱۰۸۸ (۱۳۹۳).
- [۳] عموقربان ا.، مهدیفرع.، مرشد بهبهانی م.، اثر پوشش متاماده‌ی ناپدیدکننده بر توزیع فضایی تابش خودبه‌خودی گسیل شده از اتم دوترازی، کنفرانس الکترومغناطیس مهندسی ایران، جلد ۳ (۱۳۹۳).

[۴] M. Morshed, E. Amooghorban, A. Mahdifar, submitted (2016).

[۵] J. B. Pendry, D. Schurig, and D. R. Smith, *Science* **312**, 1780 (2006).

[۶] H. T. Dung, L. Knöll and D. G. Welsch, *Phys. Rev. A* **62**, 053804 (2000).

[۷] H. T. Dung, L. Knoll, and D. G. Welsch, *Phys. Rev. A* **64**, 013804 (2001).