مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

بررسی درهم تنیدگی دو ذره ی شبه فوتونی با اسپین یک، در زنجیره ی اسپینی

محمد بهلول[۱۱]، پروانه نجمدی[۲۲]، فرانک آذرنوش[۳۱]، لیلا شجاعی[۴۱]

۱. گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

۱.عضو هیأت علمی گروه ریاضی، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

چکیده:

در این مقاله به بررسی درهم تنیدگی دو ذره شبه فوتونی با اسپین یک می پردازیم. ذره شبه فوتونی ذره ای با اسپین یک با تمام ویژگیهای فوتونی است با این تفاوت که می توان آن را در زنجیره اسپینی نیز قرار داد. بررسی فوتون به دلیل اهمیتی که در حوزه اطلاعات کوانتومی از جمله رمز نگاری کوانتومی و دورنگاری دارد، مورد توجه می باشد. حالت های پایه اسپینی فوتون، بصورت متفاوتی از حالت های ذرات دیگر معرفی می گردد. مطالعه این حالت ها در یک زنجیره اسپینی نتایج جالبی را نشان می دهد. با محاسبه تحولات زمانی، تاثیر میدان مغناطیسی به بررسی نقش این حالت ها در درهم تنیدگی دو ذره می پردازیم.

مقدمه:

درهم تنیدگی یکی از پدیده های شگرف در دنیای کوانتومی است. در دهه های اخیر، سیستم های درهم تنیده ی بسیاری مطالعه شده اند که زنجیره های اسپینی از مهمترین این نوع سیستم ها بشمار می روند. زنجیره های اسپینی، در مدل های مختلفی شامل هایزنبرگ[۱]، آیزینگ[۲]، XY[۳] دسته بندی می شوند. در این مدل زنجیره های اسپینی، ذرات با اسپین ها و ویژگیهای متفاوت، نظیر الکترون، با اسپین ۱/۲ [۴]، مورد مطالعه قرار گرفته اند. در این مقاله قصد داریم دو ذره با تمامی خصلت های فوتون که در یک زنجیره قرار گرفته اند را در نظر بگیریم و درهم تنیدگی اسپینی با برهم کنش های مختلفی شامل، تحول زمانی، برهم کنش با میدان مغناطیسی را بررسی کنیم. تاکنون در سیستم های متفاوت بسیاری، تحول زمانی[۵]، اعمال میدان مغناطیسی[۶] بررسی شده، در اینجا می خواهیم تاثیرات این برهم کنش ها را بر روی سیستمی با دو ذره شبه فوتون بررسی کنیم.

۱. حالت های اسپینی فوتون :

فوتون ذره ای با اسپین یک است و یک کیوتریت به شمار می رود. حالت های پایه برای فوتون به صورت زیر تعریف می شود.[۷و۸]

$$\chi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \chi_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \chi_{+1} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}$$

این تعریف به طور ضمنی حالت های قطبشی فوتون را بیان می کند. ماتریس های اسپینی متناظر به صورت زیر تعریف می گردد. [۷و۸]

[1] m_bohlol@yahoo.com
[2] najmadi@phd.pnu.ac.ir
[3] Faranak_azarnoosh@yahoo.com
[4] L.shojaei90@gmail.com

$$s_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad s_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad s_z = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

که متفاوت با ماتریس های اسپینی استاندارد است.

۲. اثر میدان مغناطیسی بر درهم تنیدگی زنجیره هایزنبرگ:

برای شروع فرض می کنیم که زنجیره دارای حالت اولیه بل است.

$$|\varphi >= \frac{1}{\sqrt{3}}(|\chi_0\chi_0 > + |\chi_{-1}\chi_{-1} > + |\chi_{+1}\chi_{+1} >)$$

کامل ترین نوع زنجیره، زنجیره هایزنبرگ است که هامیلتونی آن برابر است با

$$H_h = -J\, S_1.S_2 = -J(\, S_{x1}S_{x2} + \, S_{y1}S_{y2} + \, S_{z1}S_{z2})$$

و برای زنجیره XY هامیلتونی به شکل زیر در می آید

$$H_{x,y} = -J(\, S_{x1}S_{x2} + \, S_{y1}S_{y2})$$

همچنین در مدل آیزینگ، هامیلتونی مدل، به صورت

$$H_{x,y} = -J(\, S_{z1}S_{z2})$$

است.

برای بررسی میزان تاثیر میدان مغناطیسی، بر روی درهم تنیدگی ذرات، میدان مغناطیسی را بر اساس اصل برهم نهی در فیزیک کلاسیک، اثر می دهند. میدان مغناطیسی را با فرض نبود ذره ی دیگر، بر یک ذره اثر می دهیم و سپس برآیند (حاصل جمع) هر دو تاثیر را محاسبه می کنیم.[۵]

$$H_B = \sum_i B.\, S_{zi}$$

بنابراین هامیلتونی زنجیره، به صورت زیر در می آید

$$H = H_h + H_B$$

در ادامه، به دنبال بررسی تحول زمانی حالت اولیه هستیم. این تحول زمانی به صورت $U = \exp(-iHt)$ بیان می شود و حالت اولیه را به صورت $|\varphi_{AB}\rangle_t = \mathrm{U}|\varphi_{AB}\rangle$ تغییر می دهد که در اینصورت ماتریس چگالی به صورت زیر تعریف می گردد

$$\rho_{AB,t} = |\varphi_{AB}\rangle_t\langle\varphi_{AB}|$$

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

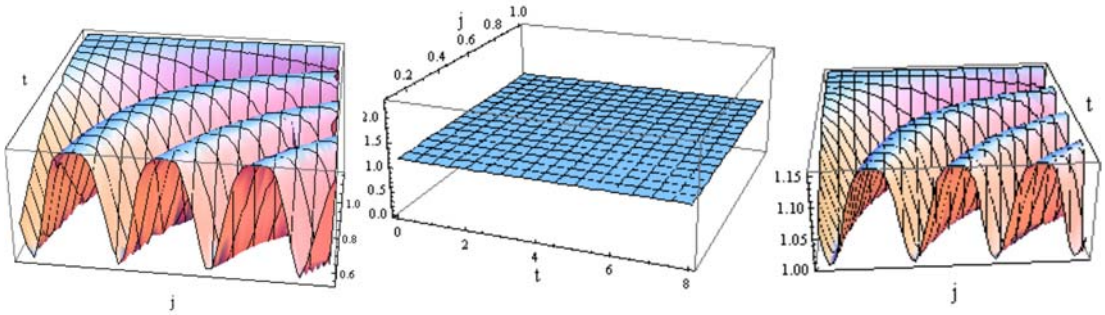
برای اندازه گیری میزان درهم تنیدگی، سنجه های بسیاری معرفی شده است. نخستین بار، سنجه تلاقی برای اندازه گیری درهم تنیدگی یک سیستم دو کیوبیتی، توسط ووترز معرفی گردید. در اینجا سنجه تلاقی تعمیم یافته را به کار می بریم. این سنجه تعمیمی از سنجه تلاقی ووترز است که برای هر سیستم دو ذره ای با ابعاد بیشتر از دو نیز کاربرد دارد. این سنجه به صورت زیر تعریف می گردد[9].

$$IC(|\psi^{AB}\rangle) = \sqrt{2(1 - tr(tr_B(|\psi^{AB}\rangle\langle|\psi^{AB}|))^2}$$

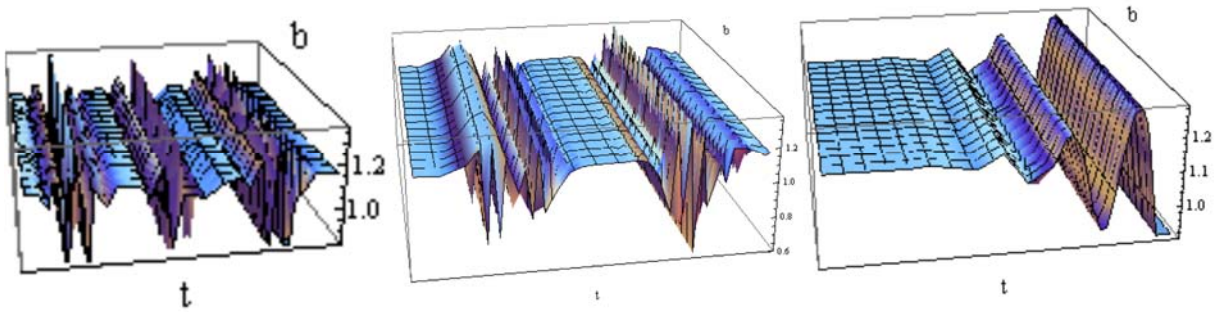
برای گرفتن رد جزیی، نمی توانیم از پایه های استاندارد استفاده کنیم. مقدار این سنجه برای سیستم دو کیوتریتی، از صفر تا $\sqrt{4/3}$ تغییر می کند.

شکل ۱، نمایش تحول زمانی درهم تنیدگی، در زنجیره های هایزنبرگ و XY، بدون تأثیر میدان مغناطیسی می باشد. همانطور که مشاهده می شود پدیده ی غالب در این دو نمودار، نوسان است که هم با تغییر زمان و هم با تغییر ضریب J (ضریب همبستگی) در فرمول هامیلتونی، رخ می دهد. اما در مدل آیزینگ، همانطور که آیزینگ اثبات کرد، هیچ گونه گذاری مشاهده نمی شود و همیشه کاملا در هم تنیده است.

شکل ۲، اثر میدان مغناطیسی، بر زنجیره ی هایزنبرگ را نشان می دهد. با اعمال میدان مغناطیسی، تحول زمانی همان روند نوسانی خود را حفظ می کند با این تفاوت که، در اکثر زمان ها، نوسانات شدیدتر و نامنظم تر می باشند .



شکل۱: تحول زمانی درهم تنیدگی در (به ترتیب) زنجیره هایزنبرگ، مدل آیزینگ سمت چپ مدل XY



شکل۲: تحول زمانی درهم تنیدگی در زنجیره ی هایزنبرگ تحت تاثیر میدان مغناطیسی به ترتیب از راست به چپ در J=0.8 ,0.5,0.1

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

بحث و نتیجه گیری:

در مباحث الکترودینامیک کوانتومی، فوتون، بعنوان ذره ی حامل میدان الکترومغناطیسی شناخته میشود. ماتریس های اسپینی و ویژه کت های فوتون ها، بر اساس پایه های غیر استاندارد، نوشته میشوند که χ_{+1}، متناظر با قطبش راست گرد و χ_{-1}، متناظر با قطبش چپ گرد می باشند. از آنجاییکه ذرات با اسپین s، دارای ویژه مقادیری از $s+$ تا $s-$ می باشند، بنابراین فوتون با اسپین ۱، دارای ویژه مقادیر ۱- و ۰ و ۱+ می باشد.

فوتون با اینکه دارای اسپین یک است اما ویگنر در [۱۰] اثبات کرد، به خاطر سرعت فوتون، سیستم دو حالته است. این دو حالته بودن، مطابق با حالت کلاسیکی فوتون است. اما از لحاظ نظری، فوتون، سه حالته می باشد. حالتی که در اینجا بررسی کردیم، حالتی کاملا نظری بود و به همین خاطر، شبه فوتون در نظر گرفتیم. لازم به ذکر است این دو یا سه حالته بودن سیستم، تاثیری در، نتیجه ی درهم تنیدگی ندارد. تأثیر زمان، بر روی درهم تنیدگی، بسیار چشم گیر است و نوسان، در آن بسیار جالب بشمار می رود. علاوه بر آن، همانگونه که آیزینگ، در [۱۱]به اثبات رساند، در زنجیره های یک بعدی، هیچ گونه گذاری مشاهده نمی شود.

هنگام اعمال میدان مغناطیسی، بر روی فوتون، باید دو نکته را مورد توجه قرار داد.

نکته ۱ : چون در خلاء جرم فوتون، صفر می باشد، میدان مغناطیسی بر روی فوتون، تاثیری ندارد. اما در محیط های غیر خطی، مانند شیشه، به دلیل کم شدن سرعت، فوتون، دارای جرم موثر شده و در نتیجه، میدان مغناطیسی، بر روی آن، تاثیر می گذارد؛ این اثر میدان، معروف به نظریه ی مگنتو اپتیک می باشد.[۱۲].

نکته ۲ : برخلاف اینکه، میدان مغناطیسی، بر روی تک فوتون، تاثیر ندارد، اما نمودارها، نشان می دهند، که این میدان مغناطیسی، بر روی درهم تنیدگی سیستم، تأثیر می گذارد و این اثرات خود را به صورت اغتشاشاتی نمایان می کنند.

منابع:

[1] Jaan Oitmaa,Ohris Hamer and Weihong Zheng, Series Expansion Methods Forstrongly Interacting Lattice Models ,School of Physics, The University of New South Wales, Sydney, NSW 2052, Australia

[2] A. R. Its, B. Q. Jin and V. E. Korepin. Entanglement in the Ising spin chain. J. Phys. A, 38 (2005), 2975-2990.

[3] M, Fujinaga and N, Hatano. "The entanglement of the XY spin chain in a random magnetic field" arXiv:0706.4162v1 [quant-ph] 28 Jun 2007

[4] F. Ahmadi, "Spin entanglement of spin 1/2 particles in gravitational field, Physics society of Iran, confference of quantum information, 138(2014)

[5]T. Yu and J. H. Eberly; " Finite-Time Disentanglement Via Spontaneous Emission"; Phys. Rev. Lett. 93 (2004)140404

[6] X. Y. Zhao and L. Zhou; "Thermal Entanglement of XXZ Heisenberg Chain under rectangle magnetic field"; Int J Theor Phys 46 (2007) 2437

[7] W. Heitler, Quantum theory of radiation,3rd (Clarendon: Oxford, 1953),pp401-404

[8] V. B. Berestetskii, E. M. Lifshits, L. P. Pitaevskii, Quantum Electrodynamics; 2nd ed; (Interscience Publishers, 1965), pp17-31.

[9] Rungta, P., Caves, C.M.: I-concurrence and tangle for isotropic states. arXiv: quant-ph/8087880v2

(0880)

[10] Le Bellac , Michael ,A short introduction to quantum information and quantum computation, Cambridge University Press, 2006

[11] S Sachdev, “Quantum Phase Transitions”,Cambridge University Press, Cambridge, England (1999).

[12] P, Weinberger, Philosophical Magazine Letters:(۱۲) ۱۹۸۸