مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

چسبندگی حجمی و برشی در مدل بیانکی نوع ششم در گرانش $f(R,T)$

طیبه میرزایی رضایی[۱] ،علیرضا امانی[۱]
[۱]گروه فیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات آیت الله آملی

چکیده

در این مقاله، مدل گرانشی $f(R,T)$ برای کیهانشناسی ناهمسانگرد بیانکی نوع-٦ با چسبندگی حجمی و برشی مطالعه نمودیم. فشار موثر را بر حسب فشار سیال ترمودینامیکی و فشارهای چسبندگی حجمی و برشی در نظر گرفتیم. معادله میدان را به دست آورده و سپس با استفاده از آن معادله حالت سیستم را به دست آوردیم و تغییرات آن را بر حسب زمان کیهانی رسم نمودیم.

مقدمه

در سال های اخیر داده های رصدی به ما نشان می دهند که عالم در حال انبساط شتابدار است، که این انبساط به معنی حرکت اجرام به فضای بیرونی نیست و فقط فاصله بین اجسام بیشتر می شوند. این به این معنی است که یک انرژی اسرار آمیزی به نام انرژی تاریک موجب آن می شود. تا کنون درک این موضوع جزء بزرگترین چالش های فیزیک کیهان شناسی محسوب می شود. انرژی تاریک به فشار منفی قوی برای توضیح شتاب مشاهده شده دررشد انبساط عالم نیاز دارد. برای توصیف انرژی تاریک مدل هایی از قبیل ثابت کیهانشناسی، میدان اسکالر، میدان تاکیونی و غیره با متریک FRW در فضا-زمان همسانگرد مطرح گردیده است. از آنجایی که داده های رصدی ناهمسانگردی‌های ناچیزی را تایید می‌کند لذا مدل‌های ناهمسانگرد بیانکی مطرح می شوند[۶-۱]. در حقیقت مدل های بیانکی توصیف کننده عالم همگن و ناهمسانگرد می باشند. که در این مقاله به طور خاص مدل بیانکی نوع ٦ مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

متریک و معادلات پایه

معادله کنش برای معادله مدان انیشتن را مطابق ذیل در نظر می گیریم. در معادله R اسکالر ریچی T رد تانسور انرژی ممنتوم می باشد.

$$S=\frac{1}{16\pi}\int[f(R,T)+L_m]\sqrt{-g}\,d^4x \qquad (۱)$$

که L_m چگالی لاگرانژی ماده می باشد، و R و $T=g^{ij}T_{ij}$ به ترتیب انحنا و رد تانسور انرژی-تکانه می باشند.

با فرض

$$f(R,T)=R+2\lambda T \qquad (۲)$$

و انتخاب متریک بیانکی نوع- ٦

$$ds^2=dt^2-a_1^2e^{-2mz}dx^2-a_2^2e^{2nz}dy^2-a_3^2dz^2, \qquad (۳)$$

معادله میدان به شکل زیر به دست می آید.

$$G_{ij} = R_i^j - \frac{1}{2} g_i^j R = 8\pi T_i^j + 2\lambda T_i^j + \left[2\lambda p + \lambda T\right] g_i^j \qquad (٤)$$

تانسور انرژی-تکانه ماده توسط معادله زیر داده شود.

$$T_i^j = (\rho + p_{eff}) u_i u^j - p_{eff}\, \delta_i^j + \eta g^{j\beta}\left[u_{i;\beta} + u_{\beta;i} - u_i u^\alpha u_{\beta;\alpha} - u_\beta u^\alpha u_{i;\alpha}\right] \qquad (٥)$$

که

$$p_{eff} = p + p_\xi + p_\eta \quad (p_\xi = -3\xi H\,,\; p_\eta = 2\eta H) \qquad (٦)$$

که ρ ، p ، p_ξ و p_η به ترتیب چگالی انرژی، فشار ترمودینامیکی، فشار چسبندگی حجمی و فشار چسبندگی برشی می باشند. تانسور انرژی-تکانه به صورت زیر تعریف می گردد.

$$T_i^j = \begin{pmatrix} T_0^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_1^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_3^3 \end{pmatrix} \qquad (٧)$$

که

$$T_0^0 = \rho,\; T_1^1 = -\rho_{eff} + 2\eta\frac{\dot a_1}{a_1},\; T_2^2 = -\rho_{eff} + 2\eta\frac{\dot a_2}{a_2},\; T_3^3 = -\rho_{eff} + 2\eta\frac{\dot a_3}{a_3} \qquad (٨)$$

از معادله (٤) داریم.

$$m\frac{\dot a_1}{a_1} - n\frac{\dot a_2}{a_2} - (m-n)\frac{\dot a_3}{a_3} = 0,\quad \frac{\ddot a_2}{a_2} + \frac{\ddot a_3}{a_3} + \frac{\dot a_2 \dot a_3}{a_2 a_3} - \frac{n^2}{a_3^2} = \left[8\pi + 2\lambda\right]T_1^1 + \left[2\lambda p + \lambda T\right], \qquad (٩)$$

$$\frac{\dot a_3}{a_3} - \frac{m^2}{a_3^2} = \left[8\pi + 2\lambda\right]T_2^2 + \left[2\lambda p + \lambda T\right],\; \frac{\ddot a_1}{a_1} + \frac{\ddot a_2}{a_2} + \frac{\dot a_1 \dot a_2}{a_1 a_2} + \frac{mn}{a_3^2} = \left[8\pi + 2\lambda\right]T_3^3 + \left[2\lambda p + \lambda T\right], \qquad (١٠)$$

$$\frac{\dot a_1 \dot a_2}{a_1 a_2} + \frac{\dot a_2 \dot a_3}{a_2 a_3} + \frac{\dot a_1 \dot a_3}{a_1 a_3} - \frac{m^2 - mn + n^2}{a_3^2} = \left[8\pi + 2\lambda\right]T_0^0 + \left[2\lambda p + \lambda T\right] \qquad (١١)$$

عامل مقیاس و حجم عالم به شکل زیر نوشته می شوند.

$$a = (a_1 a_2 a_3)^{\frac{1}{3}},\; V = a^3 = a_1 a_2 a_3, \qquad (١٢)$$

بسط اسکالر، اسکالر برشی و تانسور برشی به صورت زیر نوشته می شوند.

$$\theta = u_i^i = \partial_i u^\alpha + \Gamma_i^{i\alpha} u^\alpha = \frac{\dot a_1}{a_1} + \frac{\dot a_2}{a_2} + \frac{\dot a_3}{a_3} = \frac{\dot V}{V}, \qquad (١٣)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{2}\sigma_{ij}\sigma^{ij}\;,\; \sigma_{ij} = u_{i;\alpha} - \frac{1}{2}(u_{i;\alpha}u^\alpha u_j + u_{j;\alpha}u^\alpha u_i) - \frac{1}{3}\theta(g_{ij} - u_i u_j) \qquad (١٤)$$

عناصر قطری تانسور برشی عبارتند از:

$$\sigma_1^1 = \frac{\dot a_1}{a_1} - \frac{1}{3}\theta,\quad \sigma_2^2 = \frac{\dot a_2}{a_2} - \frac{1}{3}\theta,\quad \sigma_3^3 = \frac{\dot a_3}{a_3} - \frac{1}{3}\theta\,, \qquad (١٥)$$

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

پارامتر واشتاب، پارامتر های هابل جهتی و پارامتر هابل میانگین برابر هستند با:

$$q=-\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2}=2-3\frac{V\ddot{V}}{\dot{V}^2}=-(1+\frac{\dot{H}}{H^2}),\ H_1=\frac{\dot{a}_1}{a_1},\quad H_2=\frac{\dot{a}_2}{a_2},\quad H_3=\frac{\dot{a}_3}{a_3},\ H=\frac{\dot{a}}{a}=\frac{1}{3}\frac{\dot{V}}{V}, \qquad (۱۶)$$

از معادله اول (۹) به عبارت $(\frac{a_1}{a_3})^m=\kappa_1(\frac{a_2}{a_3})^n$ می‌رسیم. برای آن که مولفه سوم عامل مقیاس را به دست آوریم، فرض می‌کنیم اسکالر بسط با مولفه‌ی سوم تانسور برشی به صورت $\theta=N_3\sigma_3^3$ متناسب باشد. با قرار دادن این تناسب و اسکالر بسط در رابطه سوم تانسور برشی خواهیم داشت.

$$a_1=\kappa_1^{\frac{1}{m+n}}N_0^{\frac{m-2n}{m+n}}V^{\frac{1}{3}+\frac{m-2n}{N_3(m-n)}},\quad a_2=\kappa_1^{-\frac{1}{m+n}}N_0^{\frac{n-2m}{m+n}}V^{\frac{1}{3}+\frac{m-2n}{N_3(m-n)}},\quad a_3=N_0V^{\frac{1}{3}+\frac{1}{N_3}}, \qquad (۱۷)$$

با تفریق رابطه های (۱۰) قرار دادن a_1، a_2 و a_3 در آن، داریم.

$$\frac{\ddot{V}}{V}-\frac{N_3(m+n)^2}{3N_0^2V^{\frac{2}{3}+\frac{2}{N_3}}}=k\frac{T_2^2-T_1^1}{3(m-n)/N_3(m+n)}=-2\eta(8\pi+2\lambda)\frac{\dot{V}}{V} \qquad (۱۸)$$

از معادله دوم (۹) و معادله (۱۱)، چگالی انرژی و فشار ترمودینامیک را به صورت زیر به دست می آوریم.

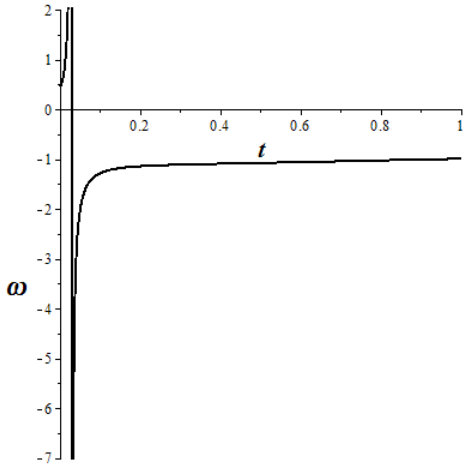
$$\rho=\frac{1}{(2\pi+\lambda)(4\pi+\lambda)}\left[\eta\lambda\left(2\pi+\frac{\lambda}{2}\right)\left(\frac{\dot{a_3}}{a_3}-\frac{\dot{V}}{V}\right)+(\pi+3\lambda)\,\mathrm{A}-\lambda B\right], \qquad (۱۹)$$

$$p=3\xi H-2\eta H+$$
$$\frac{1}{(2\pi+\lambda)(4\pi+\lambda)}\left[\eta\left(16\pi^2+10\pi\lambda+\frac{3}{2}\lambda^2\right)\frac{\dot{a_3}}{a_3}+\eta\lambda\left(2\pi+\frac{\lambda}{2}\right)\frac{\dot{V}}{V}+\frac{\lambda}{8}A-\left(\pi-\frac{3\lambda}{8}\right)B\right], \qquad (۲۰)$$

که

$$A=\frac{\dot{a}_1\dot{a}_2}{a_1a_2}+\frac{\dot{a}_2\dot{a}_3}{a_2a_3}+\frac{\dot{a}_1\dot{a}_3}{a_1a_3}-\frac{m^2-mn+n^2}{a_3^2},\ B=\frac{\ddot{a}_1}{a_1}+\frac{\ddot{a}_2}{a_2}+\frac{\dot{a}_1\dot{a}_2}{a_1a_2}+\frac{mn}{a_3^2},$$

حال معادله حالت $\omega=\frac{p}{\rho}$ را بر حسب زمان کیهانی به صورت شکل ۱ رسم می کنیم. گذار از منفی یک به ما نشان می دهد که عالم در حال انبساط شتاب دار می باشد.



شکل ۱: نمودار معادله حالت بر حسب زمان با مقادیر $V(0)=1, \dot{V}(0)=0.1, \lambda=0.5,\ N_3=0.5, k_1=1, \eta=0.05, m=10, n=20, N_0=2,\ \xi=0.01$

نتیجه گیری

در این مقاله، مدل گرانشی تعمیم یافته $f(R,T)$ را با استفاده از مدل بیانکی نوع-٦ با وجود فشار چسبندگی حجمی و برشی مطالعه نمودیم. با متناسب قرار دادن مولفه سوم تانسور برشی با اسکالر بسط، عامل های مقیاس را بر حسب حجم عالم محاسبه کردیم. برای آن که حجم عالم که وابسته به زمان کیهانی است را به دست آوریم، با قرار دادن عامل های مقیاس در معادلات اینشتین، معادله‌ی دیفرانسیلی برای حجم عالم به دست آوردیم. سپس پارامتر هابل، چگالی انرژی و فشار را برای مولفه انرژی تاریک محاسبه کردیم. در خاتمه نمودار معادله حالت را بر حسب زمان کیهانی رسم نمودیم، و از آنجا انبساط شتابدار عالم را از طریق معادله حالت نشان دادیم.

مرجع‌ها

[1] Amirhashchi. H, Pradhan. A, and Saha. B, Astrophys. Space Sci. 333 295 (2011).
[2] J. Sadeghi, A. R. Amani, and N. Tahmasbi, Astrophysics and Space Science 348, 2 (2013): 559-564.
[3] Bali, R., Banerjee, R., Banerjee, S.K.: Astrophys. Space Sci.317, 21–26 (2008).
[4] Pradhan. A, Amirhashchi.H, and Saha. B, Astropys. Space Sci. 333 343 (2011).
[5] Saha. B, Amirhashchi. H, and Pradhan. A, Astrophys. Space Sci. 2012 (online first)
[6] Yadav. A.K and Saha. B, Astrophys. Space Sci. 337 759 (2012).
[7] Verma, M.K., Ram, S.: Appl. Math.2, 348–354 (2011)
[8] Weaver, M.: Class. Quantum Gravity17, 421 (2000)
[9] Saha. B, Gravitation - Cosmology 16 160 (2010).
[10] Thorne, K.S.: Astrophys. J.148, 51 (1967).