

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

مقایسه اثر میدان مغناطیسی یکنواخت در دو راستای x و z بر ناهم خوانی کوانتومی هندسی در مدل

هایزنبرگ XXZ

صفا جامی^۱، زهره حق پناه^۲

۱- گروه فیزیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

۲- آموزشکده فنی و حرفه ای سما، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد، مشهد، ایران

چکیده

در این مقاله سیستم دو ذره ای با اسپین $1/2$ را در مدل هایزنبرگ XXZ در نظر گرفته ایم. ابتدا اثر تغییر دما و ضریب ناهمگنی را بر ناهم خوانی کوانتومی هندسی بررسی کرده و سپس به سیستم میدان مغناطیسی یکنواخت اعمال کرده و در دو حالت میدان در راستای x و میدان در راستای z ناهم خوانی کوانتومی هندسی را بررسی کرده ایم.

معرفی مسأله

هامیلتونی سیستم دو ذره ای در مدل هایزنبرگ XXZ [1]، در حالت بدون میدان مغناطیسی به شکل زیر است:

$$H = J_1(S_{1x}S_{2x} + S_{1y}S_{2y}) + J_2(S_{1z}S_{2z}) \rightarrow \text{اگر } \alpha = \frac{J_2}{J_1} \rightarrow H = S_{1x}S_{2x} + S_{1y}S_{2y} + \alpha(S_{1z}S_{2z})$$

α ضریب ناهمگنی سیستم است. برای این هامیلتونی ویژه مقادیر بصورت $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \alpha$ و $\epsilon_3 = 2 - \alpha$ و $\epsilon_4 = -2 - \alpha$ و ویژه بردارها به شکل $\Psi_1 = |00\rangle, \Psi_2 = |11\rangle, \Psi_3 = \frac{|01\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}, \Psi_4 = \frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}}$ به دست می آیند. از روش دایک [4] برای محاسبه ناهمخوانی کوانتومی هندسی استفاده می کنیم که براساس استفاده از ماتریس چگالی عام است و برای هر حالت دوکیوبیتی به شکل زیر تعریف می

$$\rho = \frac{1}{4} [1^a \otimes 1^b + \sum_{i=1}^3 (x_i \sigma_i \otimes 1^b + 1^a \otimes y_i \sigma_i) + \sum_{i,j=1}^3 t_{ij} \sigma_i \otimes \sigma_j]$$

شود:

که در این روابط σ_i و σ_j ماتریس های پاولی هستند، 1^a اپراتوریکه روی H^a و 1^b اپراتوریکه روی H^b است و t و x و y ماتریس هایی به شکل

$$x_i = \text{tr}(\rho \sigma_i \otimes 1^b), \quad y_i = \text{tr}(\rho 1^a \otimes \sigma_i), \quad t_{ij} = \text{tr}(\rho \sigma_i \otimes \sigma_j) \quad (*)$$

زیراند:

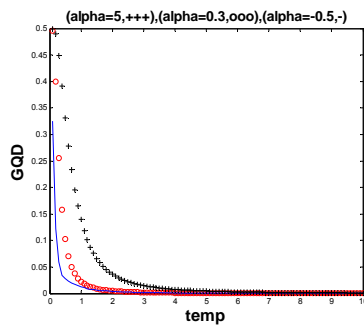
$$GD = \min_{\lambda_{\max}} \|\rho - x\|^2, \quad \|\rho - x\|^2 = \|\rho^2\| - 2\text{tr}(\rho x) + \|x\|^2, \quad GD = \frac{1}{4} (\|x\|^2 + \|T\|^2 -$$

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

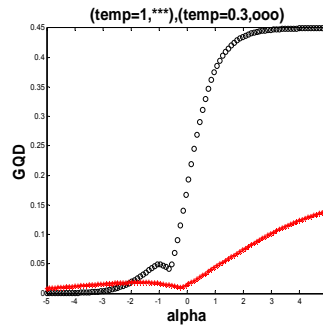
به طوریکه λ_{\max} بزرگترین ویژه مقدار ماتریس $xx^t + TT^t$ است و X و T در رابطه (*) تعریف شده است.

بخش اول: محاسبه GQD بدون حضور میدان مغناطیسی

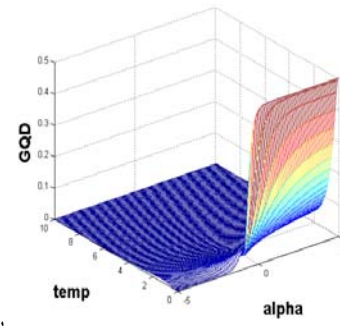
ناهمخوانی کوانتومی هندسی (GQD) [2,3] را با استفاده از روش دایک در [4]، محاسبه و تغییرات آن را بر حسب دما و α در نمودار 1 رسم کرده ایم، در نمودار 1-الف و 1-ب می بینیم که با افزایش α مقدار GQD افزایش می یابد و در α ثابت هر چه α بیشتر باشد کاهش GQD دیرتر اتفاق می افتد. نمودار 1-الف و 1-ج نشان می دهد با افزایش دما مقدار GQD کاهش یافته است.



(ج)



(ب)



(الف)

نمودار 1-الف) ناهمخوانی کوانتومی هندسی بر حسب α و دما، (ب) ناهمخوانی کوانتومی هندسی بر حسب α در دو دمای $temp=1$ و $temp=0.3$.

(ج) ناهمخوانی کوانتومی هندسی بر حسب دما در سه مقدار $\alpha = 5$ و $\alpha = 0.3$ و $\alpha = -0.5$

بخش دوم: محاسبه GQD در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت در راستای Z

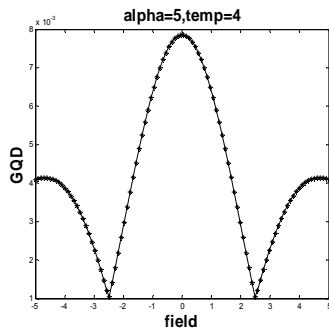
همیلتونی سیستم دو ذره ای در مدل هایزنبرگ XXZ در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت در راستای Z به شکل زیر نوشته می شود:

$$H = S_{1x}S_{2x} + S_{1y}S_{2y} + \alpha$$

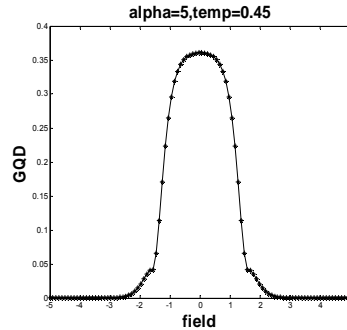
$$S_{1z}S_{2z} + B_z S_{1z} + B_z S_{2z}$$

در نمودار 2-الف تغییرات GQD بر حسب میدان و دما را در $\alpha = 5$ رسم کرده و می بینیم که با افزایش دما، GQD کاهش می یابد و با افزایش مقدار عددی میدان فارغ از علامت آن، GQD کاهش یافته است و سپس با ادامه افزایش میدان مقدار GQD افزایش پیدا می کند. در حالت میدان یکنواخت نسبت به حالت بدون میدان مقدار ماکزیمم GQD کاهش یافته است.

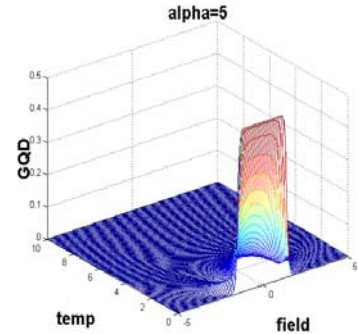
مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)



(ج)



(ب)



(الف)

نمودار ۲- الف) ناهم خوانی کوانتومی هندسی در حضور میدان یکنواخت در راستای Z برحسب دما و میدان در $\alpha=5$ ، ب و ج) ناهم خوانی کوانتومی هندسی در حضور میدان یکنواخت برحسب میدان در دما و α ثابت به ازای دو دما ب) $\alpha=0.45$ ج) $\alpha=4$

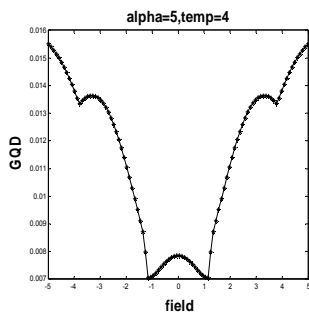
در نمودار ۲- ب و ج می بینیم که GQD برحسب میدان متقارن است و در α ثابت، در دمای $\alpha=0.45$ نمودار یک قله ای است اما رسم نمودار در دمای بالاتر $\alpha=4$ نشان دهنده یک قله مرکزی و دو قله کوچکتر در طرفین است، در این دما با افزایش میدان GQD کاهش محسوسی دارد و در ادامه با افزایش میدان مقدار GQD زیاد می شود.

بخش سوم: محاسبه GQD در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت در راستای X

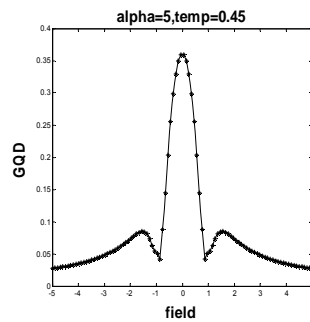
با اعمال میدان مغناطیسی یکنواخت در راستای X هامیلتونی سیستم دو ذره ای در مدل هایزنبرگ XXZ بشکل زیر خواهد شد:

$$H = S_{1x}S_{2x} + S_{1y}S_{2y} + \alpha S_{1z}S_{2z} + B_x S_{1x} + B_x S_{2x}$$

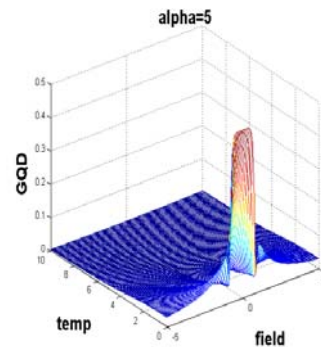
نمودار ۳- الف) تقارن GQD برحسب میدان را نشان می دهد و با افزایش میدان از دو طرف GQD کاهش می یابد اما به صفر نمی رسد، در دو نمودار ۳- ب و ج GQD برحسب میدان یک قله مرکزی در $B_x=0$ و دو قله در طرفین دارد که در ۳- ب قله مرکزی MAX است اما در ۳- ج قله مرکزی کوچکتر از دو قله طرفین است.



(ج)



(ب)



(الف)

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

نمودار 3- الف) ناهمخوانی کوانتومی هندسی در حضور میدان یکنواخت در راستای X برحسب دما و میدان در $\alpha=5$ ، ب و ج) ناهمخوانی کوانتومی

هندسی در حضور میدان یکنواخت برحسب میدان در دما و α ثابت به ازای دو دما ب) $\text{temp}=0.45$ ج) $\text{temp}=4$

نتیجه‌گیری

در این مقاله یک سیستم متشکل از دو ذره با اسپین $\frac{1}{2}$ را در مدل هایزنبرگ XXX در نظر گرفتیم. ناهمخوانی کوانتومی هندسی را برای این سیستم محاسبه کرده، تغییرات آن را با تغییر پارامترهای دما و ضریب ناهمگنی α بررسی کردیم. مشاهده کردیم با افزایش دما مقدار ناهمخوانی کاهش می‌یابد و با افزایش α (نسبت قدرت برهمکنش راستای Z نسبت به دوراستای X و Y) مقدار ناهمخوانی تا حد اکثر مقدار خود 0.5 افزایش می‌یابد. سپس به این سیستم میدان مغناطیسی یکنواخت در دو راستای X و Z اعمال کرده، تغییرات GQD را در این دو حالت مقایسه می‌کنیم، ملاحظه شد که در هر دو حالت در حضور میدان باز هم افزایش دما، باعث کاهش ناهمخوانی می‌شود و به طور کلی اعمال میدان مغناطیسی یکنواخت ناهمخوانی را کاهش می‌دهد. وقتی میدان در راستای Z است با افزایش مقدار میدان، ناهمخوانی به سرعت کاهش و به سمت صفر میل می‌کند، اما در حالت میدان در راستای X افزایش میدان در دماهای پایین ناهمخوانی را صفر نمی‌کند و صفر شدن ناهمخوانی فقط در دماهای بالاتر اتفاق می‌افتد.

مرجع‌ها

- [1] G. Rigolin, *Int. J. Quantum Inform.*, **02**, 393 (2004)
- [2] H. Ollivier, W. H. Zurek, *Phys. Rev. Lett.*, **88**: 017901 (2001)
- [3] K. Modi, A. Brodutch, H. Cable, T. Paterek, V. Vedral, *Rev. Mod. Phys.* **84**, 1655(2012)
- [4] B. Dakic, V. Vedral, and C. Brukner, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 190502(2010)