

Low Energy and Low Current S-Band Traveling Wave Electron Linear Accelerator structure design

Hamed Shaker

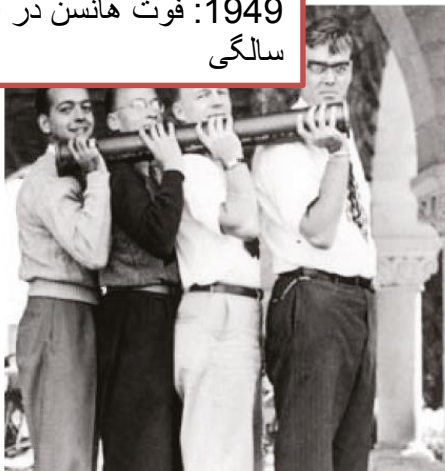
School of Particles and Accelerators

Institute for Research in Fundamental Science

1947: ویلیام وبستر هانسن و لوییس والتر آوارز

1949: فوت هانسن در 40

سالگی

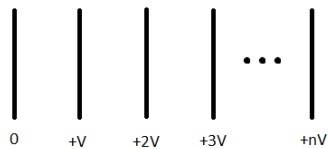


اولین شتاب دهنده خطی رادیویی الکترون SLAC MARK I نام داشت که توسط ویلیام وبستر هانسن (William Webster Hansen) و گروهش در دانشگاه استنفورد ساخته شد و در سال 1947 شروع به کار کرد. طول آن حدود 3.6 متر و انرژی نهایی الکترونهاي خروجی حدود 6 مگا الکترون ولت بود. عکس زیر یکی از تیوبهای این شتابدهنده است که هانسن و 3 نفر دیگر از اعضای گروه آن را روی شانه اشان گرفته اند.

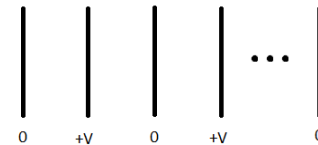
این عکس چند ماه بعد از آن بود که لوییس والتر آوارز (Luis Walter Alvarez) و تیمش در دانشگاه برکلی عکسی از اولین تانک شتاب دهنده خطی رادیویی پروتون را که همه اعضای گروه آن روی آن نشسته بودند را منتشر کردند. هیچ چیز بهتر از مقایسه این دو عکس نمی تواند مزیت فرکانسهای بالاتر را گوشزد کند. شتابگر هانسن در فرکانس حدود 3 گیگاهرتز و شتابگر آوارز در فرکانس حدود 200 مگاهرتز کار می کرد.



کمی عقبتر: 1925 و 1928: آیزینگ و ویدوره از شتابدهنده الکترو استاتیک به رادیویی



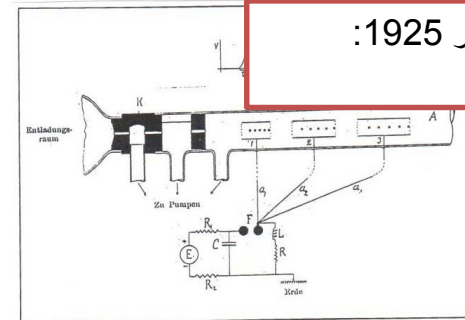
یکی از مسیرهای رسیدن به انرژیهای بالاتر یافتن روشی برای افزایش اختلاف پتانسیل بین دو صفحه رسانا بود که دو تلاش موفق آن توسط Van de Graaff (1931) و Cockcroft-Walton (1932) انجام شد. آنها روی ایجاد اختلاف پتانسیل بالا بین دو رسانا کار کردند. کار آنها نشان داد که بیشینه ولتاژ قابل دسترسی وجود دارد (حدود چند مگاولت) که بیش از آن با مشکل تخلیه الکتریکی روبرو می شود.



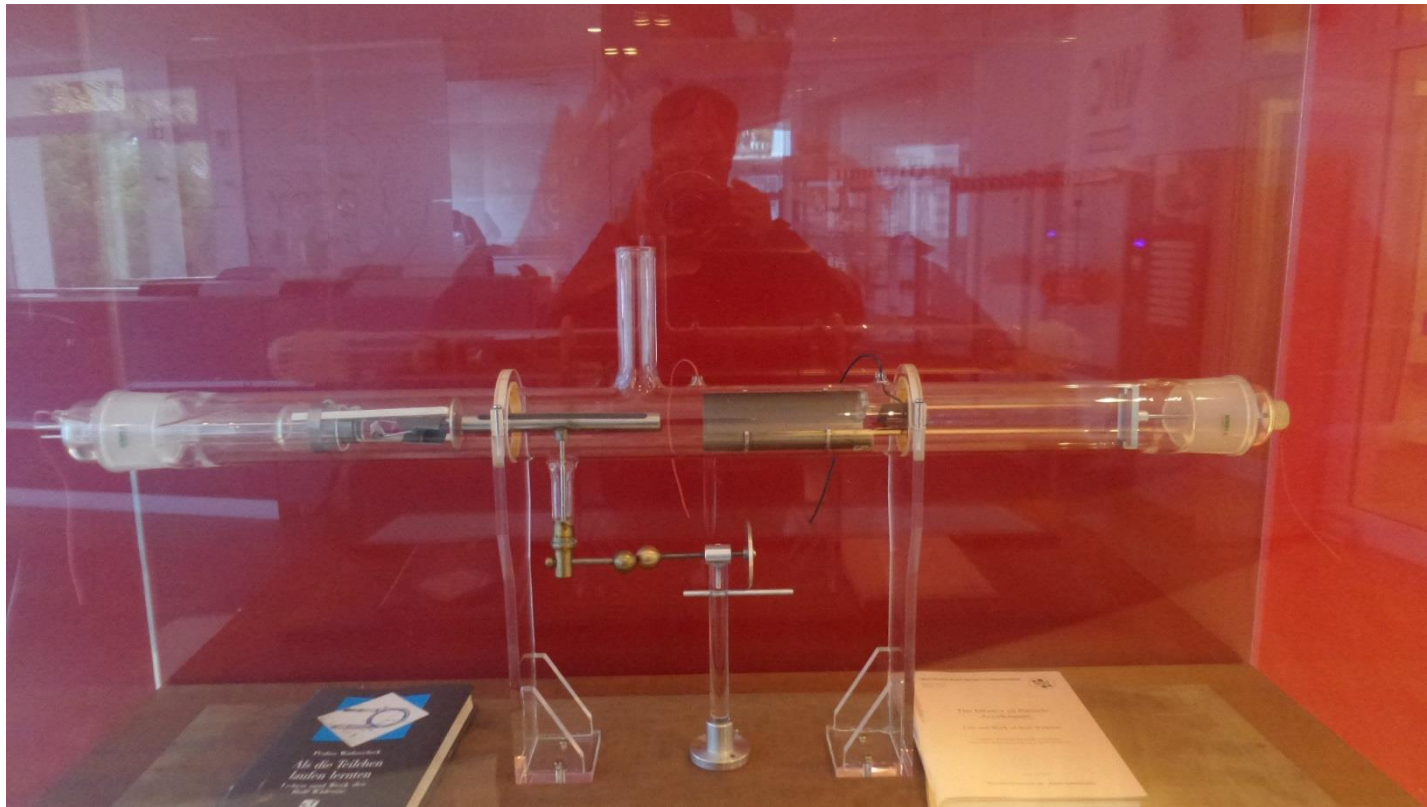
رولف ویدوره (Rolf Widerøe) یک دانشجوی دکترای نروژی در سال 1927 با یک ایده اولین شتابگر خطی رادیویی یون را ساخت. فرض کنید این صفحات متوالی را یکی در میان به زمین وصل کنیم. بر اساس این ایده با یک منبع تغذیه با ولتاژ نه خیلی زیاد می توان به تعداد صفحات انرژی ذرات را افزایش داد و با مشکل تخلیه الکتریکی هم روبرو نشد. به قول خود ویدوره: "دستگاه کوچک من پیش قراول ابتدایی دستگاههایی شد که موسوم به شتابگر خطی شدند. با این حال، من باید روی یک نکته ظریف و مهم تاکید کنم. این دستگاه اولیه شتابدهنده ای بود که از هر دو طرف ابتدا و انتها به زمین وصل بود و با این حال ذرات را شتاب می داد. این امر خیلی بدیهی نیست چون در نگاه اول به نظر می رسد که معکوس شدن متوالی ولتاژها منجر به شتاب منفی بعد از شتاب مثبت می شود که البته تصور درستی نیست. بعد از آنکه من نشان دادم شتاب دهنده ای که دو طرف آن به زمین وصل است ممکن است دستگاههای دیگری اختراع شدند."

ویدوره از یک منبع تغذیه 25 کیلوولتی با فرکانس 1 مگاهرتز استفاده کرد. او در دستگاهش توانست بعضی از ذرات یون پتاسیم را به انرژی 50 کیلو الکترون ولت برساند یعنی دو برابر مقداری که منبع تغذیه به ظاهر می دهد.

ایده اولیه در 1925:
آیزینگ



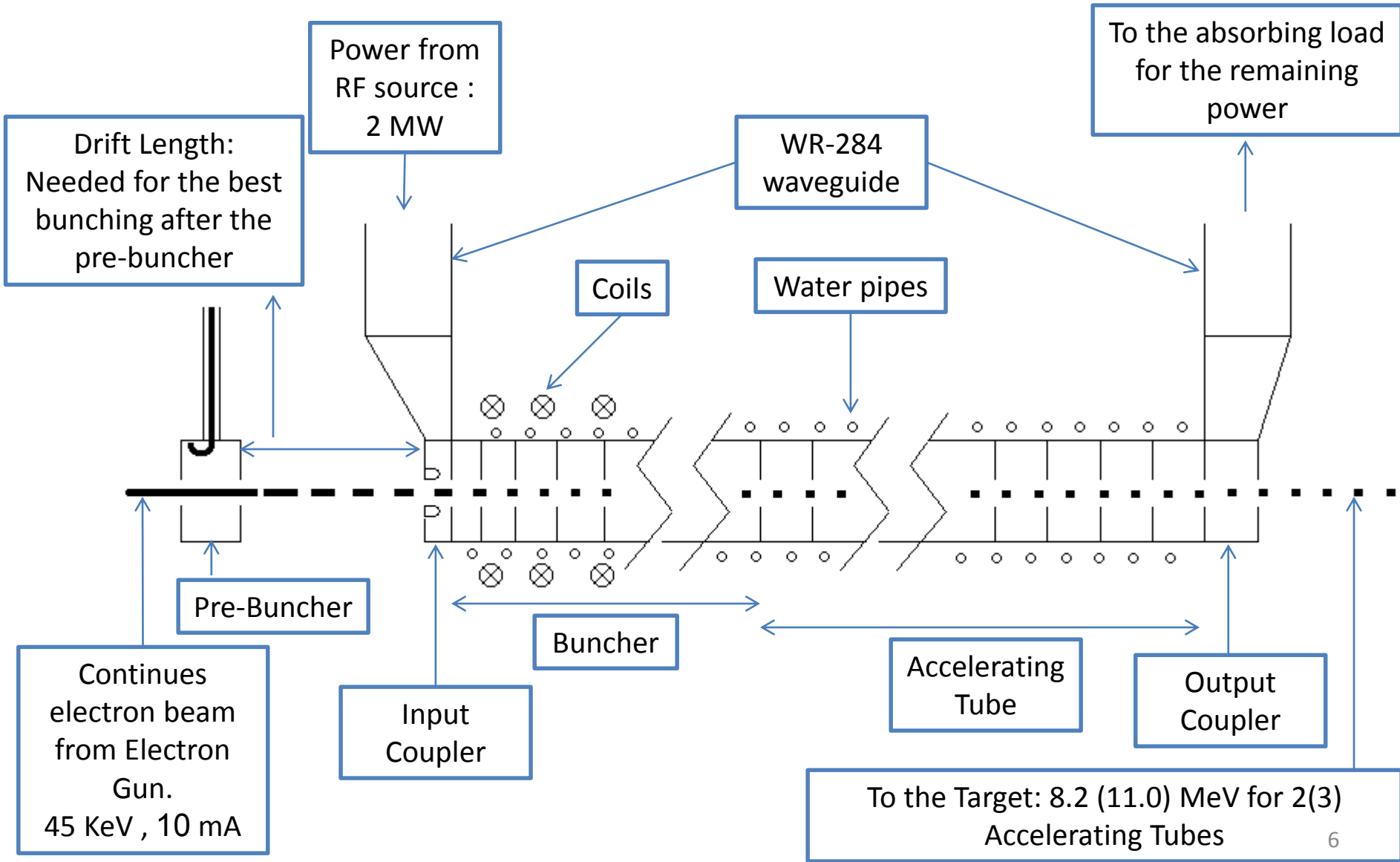
شتابدهنده خطی رادیویی ساخت ویدوره



ایده استفاده از کاواک برای فرکانسهای بالاتر توسط هانسن در دهه 30 میلادی

در فرکانسهای بالا نمی توان از قطعات باز استفاده کرد چون انرژی به صورت امواج رادیویی تابش می کند. برای همین ایده کاواک در ذهن هانسن شکل گرفت. او در راستای ساخت شتابدهنده با فرکانس بالا با برادران واریان به ساخت و توسعه کلایسترون پرداخت اما این فعالیت به واسطه جنگ جهانی دوم کمی به تأخیر افتاد. اما از یک سو در انگلستان مگنترون ساخته شد و به آمریکا فرستاده شد و تحقیقات مفصل راداری و امواج رادیویی در چند دانشگاه و موسسه بزرگ در ایالت کالیفرنیا انجام شد که حاصل آن مجموعه کتابهای 28 جلدی است که توسط MIT بعد از جنگ به چاپ رسید. کسب دانش در مورد امواج رادیویی فرکانس بالا در مرتبه گیگاهرتز و در دسترس بودن مولدهای با توان نسبتاً بالا امکان تحقق بخشیدن به ایده هانسن را بعد از جنگ فراهم کرد. آلوارز فرکانس 200 مگاهرتز را به واسطه داشتن مقادیر زیادی مولد مانده از جنگ را انتخاب کرد و کاواک DTL را ساخت و هانسن از یک مگنترون 3 گیگاهرتزی در اولین شتابدهنده اش یعنی SLAC MARK I استفاده کرد. اما در کارهای بعدی از کلایسترون استفاده شد. آلوارز به هانسن گفته بود که این پروژه موفق نخواهد شد اما خوشبختانه هانسن این حرف را نپذیرفت.

Layout



Electric field for Acceleration

Lorentz Force

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

The electric field component, parallel to velocity can change the particle energy.

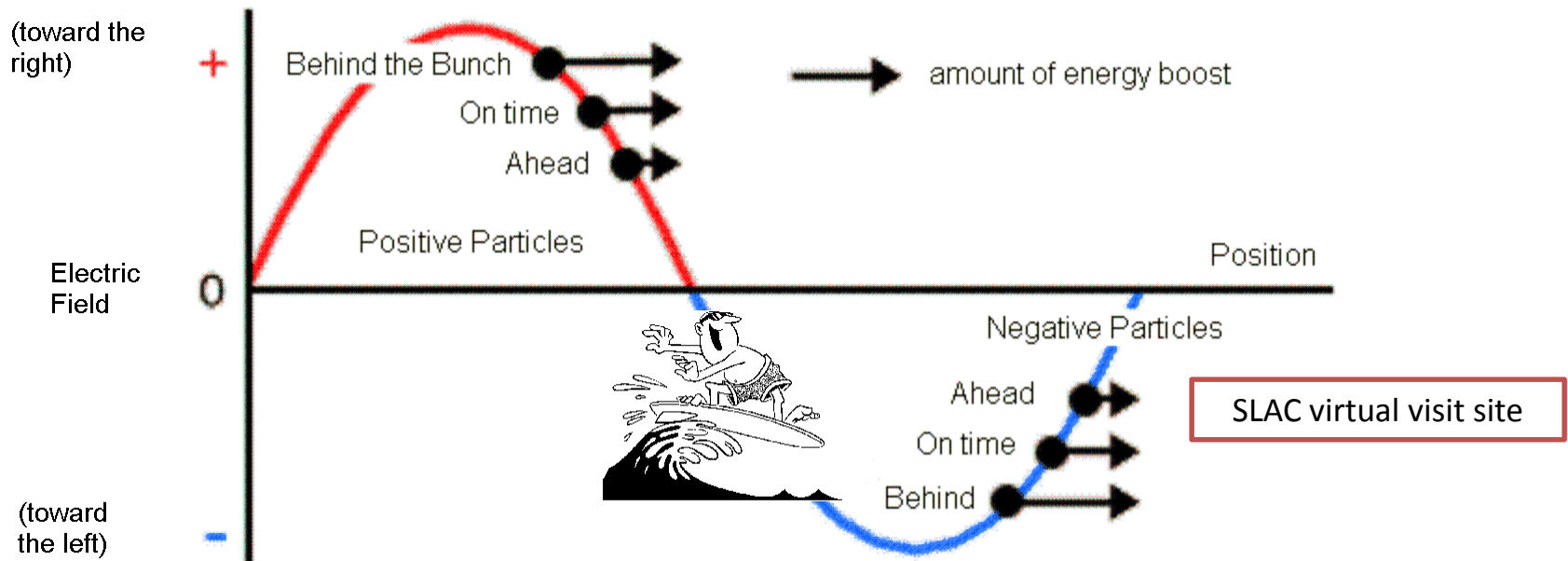
Electric field is used for accelerating/deflecting/... .

There is no force along the direction of velocity.

Magnetic field can not change the particle energy.

Magnetic field is used for bending/focusing/chromaticity correction/... .

Radio Frequency Electromagnetic wave for acceleration

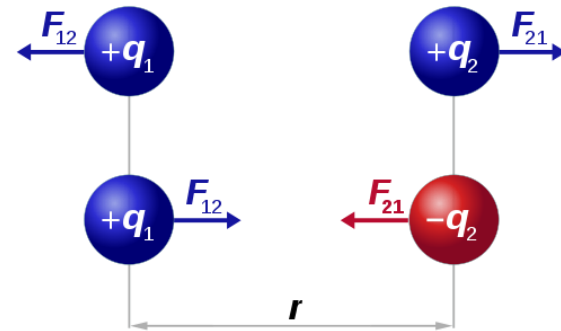


For ultra relativistic electrons, on time particles should be on crest (-90 degree) for maximum energy gain but for minimum energy spread it is better to resonance around the crest within the bunch.

For non-ultra relativistic electrons choosing the correct side(-90-0 degree) needs for bunching.

قانون کولن

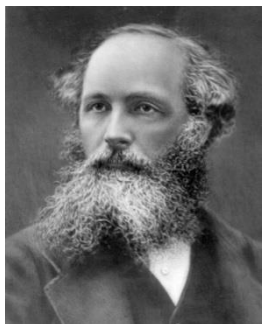
$$\begin{cases} \vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \\ \vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \end{cases}$$



$$F_{12} = F_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

نیرو در هر دو متناسب با عکس مجذور فاصله بین دو ذره است و در یکی متناسب با حاصل ضرب جرمها و در دیگری متناسب با حاصل ضرب بارها است. k و G هم ضرایب ثابتی هستند. تنها تفاوت این دو این است که ما بار منفی داریم اما جرم منفی نداریم برای همین نیروی گرانش همیشه به شکل جاذبه است. نیروی گرانش توسط نیوتن به عنوان یک برهم کنش از راه دور (action a distance) بیان شد.

ماکسول



- در حوزه الکترو مغناطیس پیش از ماکسول، گاوس و فارادی و آمپر تاثیرات عمیقی روی این حوزه داشتند. ماکسول که طبق اقرارش در مقدمه کتاب معروفش تحت تاثیر فارادی و آزمایشات دقیق او بود به نظریه الکترو مغناطیس شکلی بسیار منظم داد و به عنوان یکی از بزرگترین دستاوردهایش موج الکترومغناطیس را فرموله و پیش بینی کرد و نور را نوعی موج الکترومغناطیس دانست.
- اثر کار ماکسول بسیار پر دامنه بود و فیزیک را وارد حوزه ای جدید کرد. فیزیک قرن 20 بسیار به کارهای ماکسول مدیون است و به عنوان مثال نسبیت خاص بسیار وابسته به آن است. ثابت بودن سرعت انتشار موج در فضای آزاد مستقل از دستگاه لخت مرجع از قوانین ماکسول استخراج می شود
- طبق گفته فاینمن "اگر بشر مثلا در ده هزار سال آینده با دیدی جامع نسبت به دستاوردهایش در گذشته نگاه کند بدون شک مهمترین اتفاق قرن 19 را کشف قوانین الکترودینامیک توسط ماکسول خواهد دانست".

قوانین ماکسول – شکل دیفرانسیلی

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{array} \right.$$

شکل آشنایی که ما از قوانین ماکسول می شناسیم توسط الیور هوی ساید ارائه شده که به وسیله مشتقات برداری بیان شده است.

قوانین ماکسول – شکل انتگرالی

$$\oiint \vec{D} \cdot \vec{ds} = \iiint \rho dV = Q$$

$$\oiint \vec{B} \cdot \vec{ds} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot \vec{ds}$$

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{dl} = \iint \vec{J} \cdot \vec{ds} + \frac{d}{dt} \iint \vec{D} \cdot \vec{ds} = I + \frac{d}{dt} \iint \vec{D} \cdot \vec{ds}$$

قانون اول و دوم که معروف به قانون گاوس هستند رابطه بین شار میدان الکتريک روی یک محیط بسته و میزان بار درون آن است مستقل از آرایش بارها و سرعت آنها. اگر در نیروی کولن، نیرو متناسب با عددی غیر عکس مجذور فاصله بین دو ذره بود دیگر قانون گاوس برقرار نبود. قانون دوم گاوس بیان می کند که بار مغناطیسی خالص وجود ندارد و یا به تعبیری دیگر تک قطبی مغناطیسی وجود ندارد.

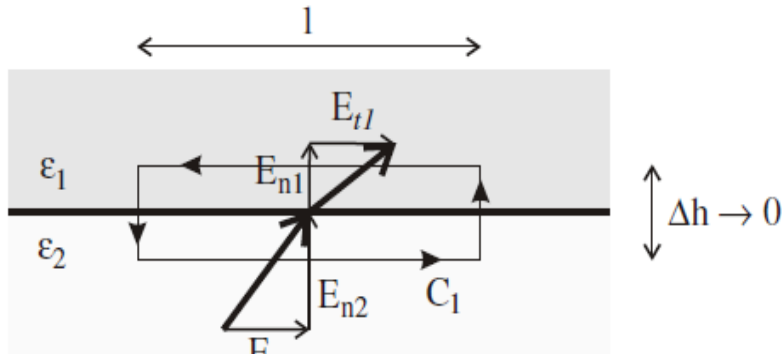
قانون سوم به قانون القای فارادی معروف است و بیان کننده این است که تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک سطح باز برابر با میانگین میدان مماسی روی حلقه حاشیه ای سطح مورد نظر ضرب در محیط آن است. این را با اندازه گیری جریان درون سیم پیچی که آهنربایی را درون آن حرکت می دهیم می توان مشاهده کرد. قانون چهارم به قانون آمپر معروف است. البته خود آمپر فقط قسمت مقدار جریان را در سمت راست معادله قرار داده بود که در این صورت معنایش این بود که جریان الکتريکی میدان مغناطیسی ایجاد می کند. قسمت دوم معادله سمت راست یعنی تغییرات شار الکتريکی را ماکسول اضافه کرد و این منجر به کشف موج الکترومغناطیس شد.

وضعیت پایدار و شرایط مرزی

همانطور که می دانید در مراحل اولیه آموزش فیزیک که از قوانین مکانیک نیوتن آغاز می شود مسایلی مطرح می شود که ما شرایط اولیه را داریم و می خواهیم در زمانهای بعدی وضعیت سیستم مورد نظرمان را بدانیم. اما مسایل فیزیک همیشه به این شکل حل نمی شود. در موارد زیادی ما علاقه مند به حالتی هستیم که سیستم به حالت پایداری (steady state) رسیده است و از تلاطمهای اولیه اش عبور کرده است. حتی در مساله معروف حرکت سیارات به دور خورشید که توسط نیوتن حل شد هم ما معمولا اطلاعی از وضعیت اولیه نداریم اما باز می توانیم حرکت حالت پایدار را بررسی کنیم. مسایل در حوزه الکترومغناطیس هم به خاطر فرم بیان قوانین ماکسول به صورت مشتقهای برداری و زمانی و کوپل شدگی میدانهای الکتریکی و مغناطیسی معمولا بدین شکل است. یک مثال خیلی مهم در زمینه امواج الکترومغناطیس است که به یک مساله از دو دید مختلف نگاه می شود یکی زمان محور (time domain) و دیگری فرکانس محور (frequency domain). تبدیلات فوریه این تضمین را به ما می دهد که هر دو معادل هم هستند. آن وقت می توانیم در یکی از این حوزه ها مساله خود را حل کنیم و با تبدیل فوریه جواب آن را در حوزه دیگر بدانیم.

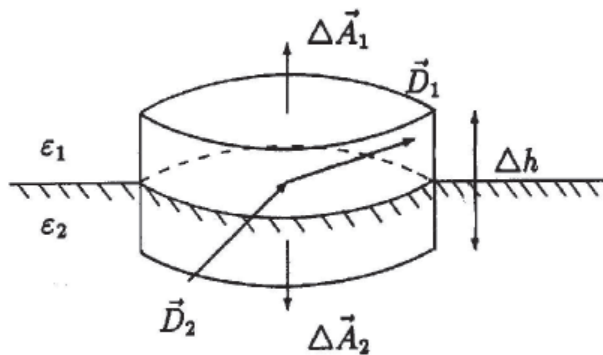
در حل این گونه از مسائل ما معمولا تابع پتانسیلی داریم و یک سری از قیود مثل اینکه مثلا در مورد یک آونگ می دانیم که محل اتصال و طول آن ثابت است. یکی از قیود بسیار مهم در حل مسایل الکترومغناطیس شکل خاص میدان در مرز بین دو محیط است به خصوص وقتی یکی از آن دو رسانا باشد.

شرایط مرزی - میدان در مرز بین دو محیط



$$(E_{t2} - E_{t1}) \cdot l = \dot{B}_\perp \cdot l \Delta h \quad E_{t2} = E_{t1}$$

$$H_{t2} - H_{t1} = J_s$$



$$D_{n1} - D_{n2} = \sigma$$

$$B_{n1} = B_{n2}$$

$$\begin{cases} E_t = 0 \\ D_n = \sigma \\ H_t = J_s \\ B_n = 0 \end{cases}$$

برای مرز یک رسانای ایده آل

معادله موج در فضای آزاد

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = i\omega\mu_0\vec{H} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} = -i\omega\varepsilon_0\vec{E} \end{cases}$$

بیاید قوانین ماکسول را در فضای آزاد بدون حضور بار و جریان بازنویسی کنیم. در زمان یونان باستان کاملترین حرکت را حرکت دایره ای یکنواخت می دانستند و حرکت اجرام سماوی را ترکیبی از حرکتهای دایره ای یکنواخت می دیدند. بطلمیوس در کتاب معروفش مجسطی با ترکیب این دایره ها البته با کمی تخطی حرکت سیارات را با دقت خوبی مدل سازی کرد. بعدها از لحاظ ریاضی هم توسط افرادی مثل فوریه این موضوع ثابت شد که می توان هر تغییرات زمانی را بر حسب مجموعی از حرکتهای هارمونیک ساده که در واقع تصویر حرکت دایره ای یکنواخت روی یک محور است بازنویسی کرد. یک مورد معروف حرکت جسم متصل به یک فنر است که در دامنه های کوتاه حرکت آن هارمونیک ساده است. به طور کلی هر نیروی بازگرداننده حول نقطه تعادل در دامنه های کم با تقریب خوبی دارای شکلی خطی است و حرکت ناشی از آن هارمونیک ساده است. با این مقدمه ما قوانین ماکسول را برای تغییرات میدانی که به شکل هارمونیک ساده است بازنویسی می کنیم و این موضوع کلیت مساله را عوض نمی کند چون هر جواب دیگری ترکیب خطی هارمونیکهای ساده مختلف است.

تابع $e^{-i\omega t} = \cos(\omega t) - i\sin(\omega t)$ بهترین گزینه برای توصیف قسمت زمانی میدان است و بیان کننده حرکت دایره ای یکنواخت در فضای مختلط است هر چند میدان واقعی فقط قسمت حقیقی میدان است. با توجه به اینکه مشتق تابع نمایی خود آن است مشتق زمانی معادله ماکسول را می شود به این شکل نوشت: $\frac{\partial}{\partial t} = -i\omega$

$$\vec{\nabla}^2 \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{pmatrix} + \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{pmatrix} = 0$$

موج تخت

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \begin{pmatrix} \vec{E}(z) \\ \vec{H}(z) \end{pmatrix} + \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \begin{pmatrix} \vec{E}(z) \\ \vec{H}(z) \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} \vec{E}(z) \\ \vec{H}(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{E}_0 \\ \vec{H}_0 \end{pmatrix} e^{i\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}z}$$

$$\begin{pmatrix} \vec{E}(z, t) \\ \vec{H}(z, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{E}_0 \\ \vec{H}_0 \end{pmatrix} e^{i\omega(\sqrt{\mu_0\epsilon_0}z - t)}$$

برای فهم این معادله ساده ترین موج یعنی موج تخت را بررسی می کنیم. در موج تخت میدان الکتریکی و مغناطیسی فقط در یک راستا تغییر می کند (z به عنوان قرارداد). با وارد کردن قسمت زمانی خاصیت موج بودن این معادله مشخص می شود.

این معادله کامل یک موج تخت در فضای آزاد است که در همه فضا پخش شده است و در راستای z منتشر می شود. برای فهم انتشار آن کافی است به حالتی که فاز کلی یعنی $\omega(\sqrt{\mu_0\epsilon_0}z - t)$ ثابت می ماند دقت کنید. که لازمه اش آن است که $z = \frac{t}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$ یعنی سرعت این موج برابر $\frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$ است. این نتیجه بسیار مهم است. سرعت انتشار موج الکترومغناطیس در فضای آزاد مستقل از فرکانس، انرژی، شدت میدان و حتی دستگاه مرجع انتخابی است و عددی ثابت می باشد. این سرعت همان چیزی است که به سرعت نور معروف است چون نور هم نوعی موج الکترومغناطیس است. نکته ثابت و جهانی بودن سرعت موج مستقل از دستگاه مرجع انتخابی و توضیح آن بعد از ماکسول به یکی از چالشهای اصلی فیزیک تبدیل شد.

موجبرها

در شتاب دهنده ها به جزء در مورد تابش سینکروترون، ما علاقه مند به امواجی نیستیم که در فضای آزاد پخش می شود بلکه امواجی را می خواهیم که محصور در موجبرها و کاواکها هستند. موجبرها معمولا وسیله انتقال امواج الکترومغناطیس از منابع آن به سمت کاواکهای شتاب دهنده است. موجبرها لوله های رسانای توخالی با سطح مقطع معمولا یکنواخت هستند که موج در طول آنها جابه جا می شود. برای یافتن میدان درون یک موجبر، موجبری با سطح مقطع یکنواخت در راستای z در نظر می گیریم. در این موجبر موج الکترومغناطیس در راستای $\pm z$ حرکت می کند. این موجبر از یک رسانای خوب مثل مس ساخته شده است که درون آن خلا یا یک دی الکتریک خطی ساده قرار دارد. معادله موجی با فرکانس $\omega/2\pi$ در این موجبر در دو مختصات دکارتی و استوانه ای به شکل

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}(x, y)e^{\pm ikz - i\omega t} = \vec{E}(r, \varphi)e^{\pm ikz - i\omega t}$$

$$\vec{H}(x, y, z, t) = \vec{H}(x, y)e^{\pm ikz - i\omega t} = \vec{H}(r, \varphi)e^{\pm ikz - i\omega t}$$

میدان درون موجبر را می توان از ترکیب خطی دو دو دسته موج به دست آورد: موج TM (Transverse Magnetic) و موج TE (Transverse Electric) که در اولی $H_z=0$ و در دومی $E_z=0$ است و به ترتیب میدان مغناطیسی و الکتریکی فقط عمود بر راستای z است و وجه تسمیه آنها هم از همین جا می آید. علت تقسیم بندی امواج به این دو معادله روبرو که از معادلات ماکسول به دست آمده است معلوم می شود.

$$\begin{cases} \vec{E}_t = \frac{i}{\mu\epsilon\omega^2 - k^2} [k\vec{\nabla}_t E_z - \mu\omega\vec{z} \times \vec{\nabla}_t H_z] \\ \vec{H}_t = \frac{i}{\mu\epsilon\omega^2 - k^2} [k\vec{\nabla}_t H_z - \epsilon\omega\vec{z} \times \vec{\nabla}_t E_z] \end{cases}$$

موجبرها - 2

$$\vec{H}_t = \frac{\pm 1}{Z} \vec{z} \times \vec{E}_t$$

$$Z \equiv \begin{cases} \frac{k}{\epsilon\omega} = \frac{k}{k_0} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} & (TM) \\ \frac{\mu\omega}{k} = \frac{k_0}{k} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} & (TE) \end{cases}$$

$$k_0 \equiv \omega\sqrt{\mu\epsilon}$$

$$\left. \begin{array}{l} E_z \quad (TM) \\ H_z \quad (TE) \end{array} \right\} \equiv \psi(x, y)e^{\pm ikz} \text{ or } \psi(r, \varphi)e^{\pm ikz}$$

برای ساده کردن شکل معادلات تابع ψ را به شکل رویرو تعریف می کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{E}_t \quad (TM) \\ \vec{H}_t \quad (TE) \end{array} \right\} = \pm \frac{ik}{\gamma^2} \vec{v}_t \psi$$

$$(\nabla_t^2 + \gamma^2)\psi = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi = 0 \text{ on the wall (TM)} \\ \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0 \text{ on the wall (TE)} \end{array} \right.$$

$$\gamma^2 \equiv \mu\epsilon\omega^2 - k^2$$

موجبرها - 3

$$k_i^2 = \frac{\omega^2}{c'^2} - \gamma_i^2 = k_0^2 - \gamma_i^2$$

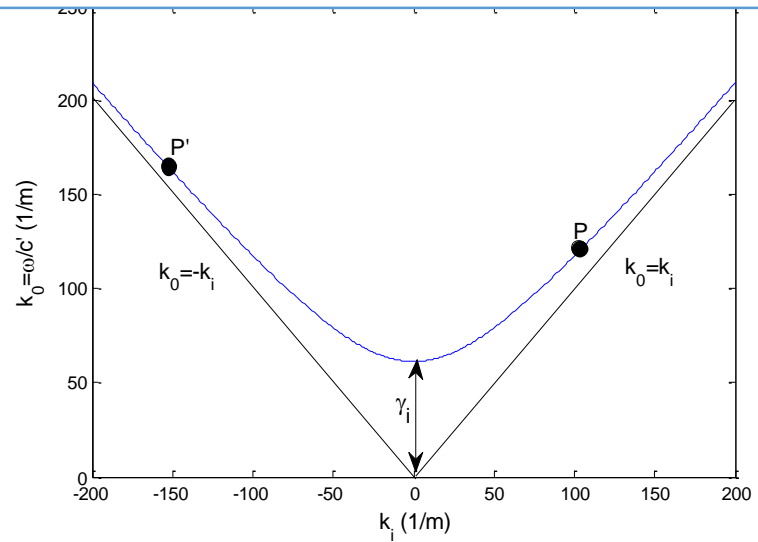
$$c' = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

$$v_p = \left. \frac{\omega}{k} \right|_{\omega=\omega_0} \quad v_p = \frac{\omega}{k_i} = c' \frac{k_0}{k_i} = \frac{c'}{\sqrt{1 - \left(\frac{\gamma_i}{k_0}\right)^2}}$$

$$v_g = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{\omega=\omega_0} \quad v_g = \frac{d\omega}{dk_i} = c' \frac{dk_0}{dk_i} = c' \sqrt{1 - \left(\frac{\gamma_i}{k_0}\right)^2}$$

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{c}{\lambda_c} = \frac{\gamma_i c'}{2\pi}$$

حل معادلات با شرایط مرزی بیان شده به ما مجموعه جوابهای Ψ_i و γ_i^2 های مرتبط را می دهد. برای برقراری شرایط مرزی لازم است Ψ_i ها تناوبی باشند و لاجرم $\gamma_i^2 > 0$ خواهد بود. البته برای اشکال هندسی ساده مثل مستطیل و دایره - که مورد علاقه ماست- حل تحلیلی برای Ψ_i ها وجود دارد. $i=1,2,3,\dots$ هم نشان دهنده مد موجبری است. به ازای هر مد، k به صورت روبرو به دست می آید.



موجبر مستطیلی

$$\psi_{mn}(x, y) = H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

$$\gamma_{mn}^2 = \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)$$

در این نوع موجبر دسته امواج TE بیشتر مورد علاقه است که به بررسی آن می پردازیم. سطح مقطع مستطیلی است با طول a و عرض b و مبدا مختصات قرار گرفته بر لبه مستطیل است. محور x در راستای طول و محور y در راستای عرض مستطیل است. حال تابعیت x و y تابع ψ را جدا می کنیم. در نهایت نتیجه به شکل روبرو می شود. m و n می تواند مقادیری از 0 تا بی نهایت داشته باشند و H_0 برابر ماکزیم میدان مغناطیسی درون موجبر است. هر ترکیبی از این دو یک مد موجبری را نمایندگی می کند البته همزمان هر دو صفر نمی باشد. پایین ترین مد موجبری یعنی مدی با کمترین فرکانس قطع، مد TE_{10} است که 1 و 0 به ترتیب مقدار m و n را نشان می دهد.

موجبر دایره ای یا استوانه ای

$$\psi_{mn}(r, \varphi) = E_0 J_m(\gamma_{mn} r) e^{\pm im\varphi}$$

$$\gamma_{mn} = \frac{x_{mn}}{b}$$

در این موجبر دسته امواج TM مورد علاقه است چون میدانی الکتریکی در راستای z دارد و به کار شتاب دادن ذرات باردار می خورد. این موجبر دارای سطح مقطع دایره ای با شعاع داخلی b است که مبدا مختصات در مرکز آن قرار گرفته است و از دستگاه مختصات سسستطای برای تحلیل آن استفاده می کنیم به طوریکه محور z در راستای محور استوانه است. حل معادلات با شرایط مرزی در دستگاه مختصات استوانه ای منجر به جواب روبرو می شود.

$$E_z = E_0 J_0(\gamma_{01} r) e^{\pm ikz}$$

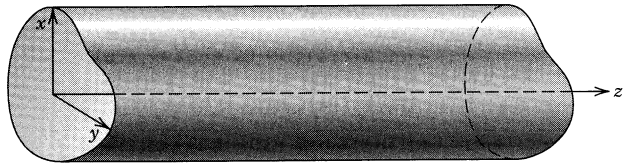
$$E_r = \mp \frac{ik}{\gamma_{01}} E_0 J_1(\gamma_{01} r) e^{\pm ikz}$$

$$H_\varphi = \frac{\pm 1}{Z} E_r = -\frac{1}{Z} \frac{ik}{\gamma_{01}} E_0 J_1(\gamma_{01} r) e^{\pm ikz}$$

$$= -i \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{\omega}{\omega_c} E_0 J_1(\gamma_{01} r) e^{\pm ikz}$$

m	n	1	2	3
0		2.40483	5.52008	8.65373
1		3.83171	7.01559	10.17347
2		5.13562	8.41724	11.61984

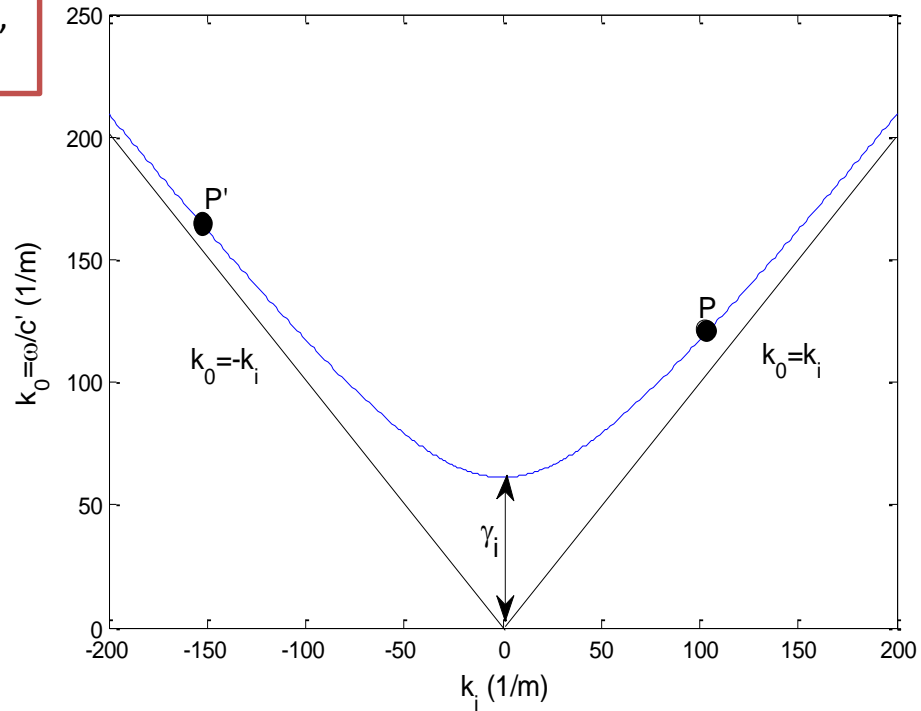
Dispersion diagram for uniform cross section waveguide



Classical
Electrodynamics,
J. D. Jackson

$$\left\{ \begin{aligned} v_{p,i} &= \frac{\omega}{k_i} = c' \frac{k_0}{k_i} = \frac{c'}{\sqrt{1 - \left(\frac{\gamma_i}{k_0}\right)^2}} \\ v_{g,i} &= \frac{d\omega}{dk_i} = c' \frac{dk_0}{dk_i} = c' \sqrt{1 - \left(\frac{\gamma_i}{k_0}\right)^2} \Rightarrow v_{p,i} v_{g,i} = c'^2 \\ k_i^2 &= \frac{\omega^2}{c'^2} - \gamma_i^2 = k_0^2 - \gamma_i^2, c' = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \end{aligned} \right.$$

Eigenvalues of the waveguide calculated by Maxwell equations and boundary conditions.



- 1- Phase velocity > c and group velocity < c (In vacuum)
- 2- There is lower limit for frequency (Cutoff frequency)
- 3- There is no upper limit for frequency
- 4- The axis values in graph are for internal radius = 3.9252 cm for cylindrical cavity in TM₀₁ mode

Rectangular and Circular Waveguide

$$\left. \begin{matrix} E_z \text{ (TM)} \\ H_z \text{ (TE)} \end{matrix} \right\} \equiv \psi(x, y)e^{\pm ikz} \text{ or } \psi(r, \varphi)e^{\pm ikz} \Rightarrow \left. \begin{matrix} \vec{E}_t \text{ (TM)} \\ \vec{H}_t \text{ (TE)} \end{matrix} \right\} = \pm \frac{ik}{\gamma^2} \vec{\nabla}_t \psi, \gamma^2 \equiv \mu\epsilon\omega^2 - k^2 \Rightarrow (\nabla_t^2 + \gamma^2)\psi = 0$$

$$\left\{ \begin{matrix} \psi = 0 \text{ on the wall (TM)} \\ \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0 \text{ on the wall (TE)} \end{matrix} \right.$$

Boundary conditions for high conductivity materials

$$\left\{ \begin{matrix} \psi_{mn}(x, y) = H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ \gamma_{mn}^2 = \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right) \end{matrix} \right.$$

Rectangular waveguide for TE(mn) mode

Circular waveguide for TM(mn) mode

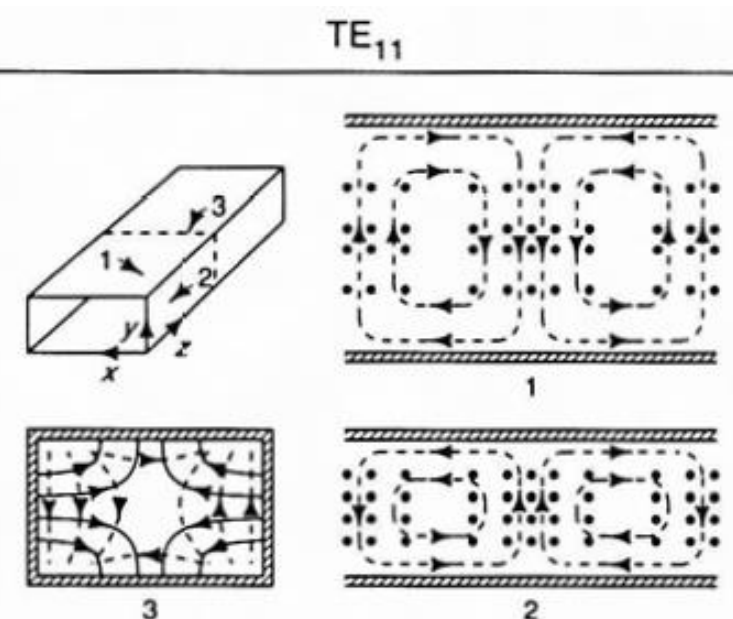
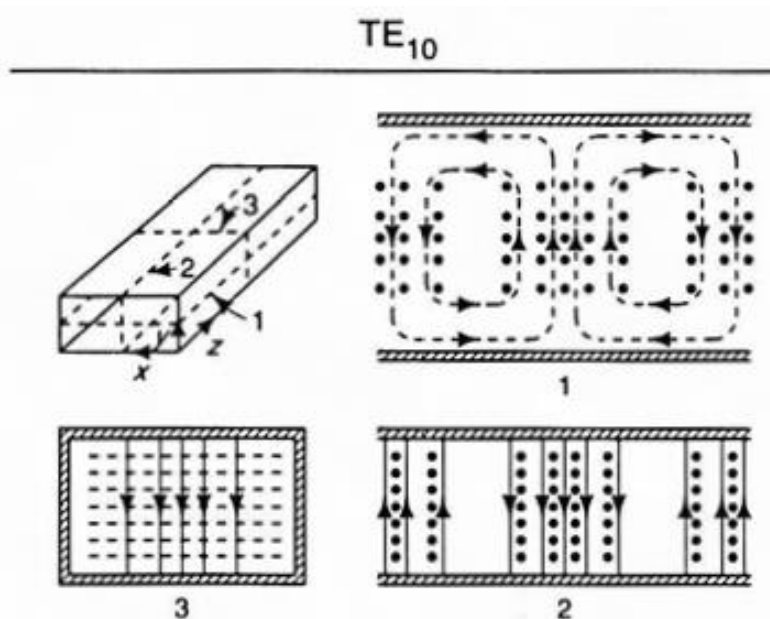
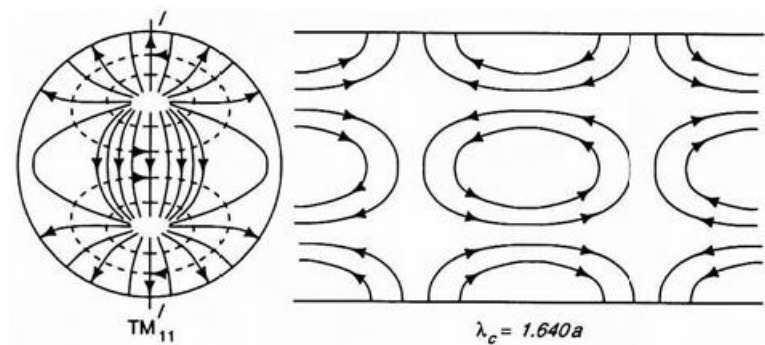
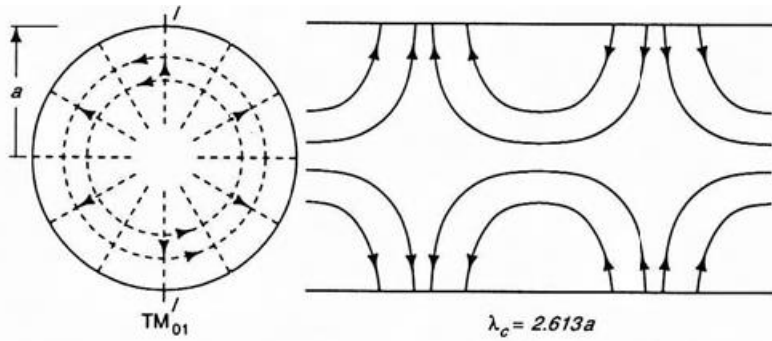
$$\left\{ \begin{matrix} \psi_{mn}(r, \varphi) = E_0 J_m(\gamma_{mn} r) e^{\pm im\varphi} \\ \gamma_{mn} = \frac{x_{mn}}{b}, x_{mn} \text{ is } n\text{th root of } J_m(x)=0 \end{matrix} \right. \longrightarrow$$

n	1	2	3
m			
0	2.40483	5.52008	8.65373
1	3.83171	7.01559	10.17347
2	5.13562	8.41724	11.61984

$$\left\{ \begin{matrix} E_z = E_0 J_0(\gamma_{01} r) e^{\pm ikz} \\ E_r = \mp \frac{ik}{\gamma_{01}} E_0 J_1(\gamma_{01} r) e^{\pm ikz} \\ H_\varphi = \frac{\pm 1}{Z} E_r = -\frac{1}{Z} \frac{ik}{\gamma_{01}} E_0 J_1(\gamma_{01} r) e^{\pm ikz} = -i \sqrt{\frac{\epsilon \omega}{\mu \omega_c}} E_0 J_1(\gamma_{01} r) e^{\pm ikz} \end{matrix} \right.$$

Fields in TM₀₁ mode
for Circular Waveguide

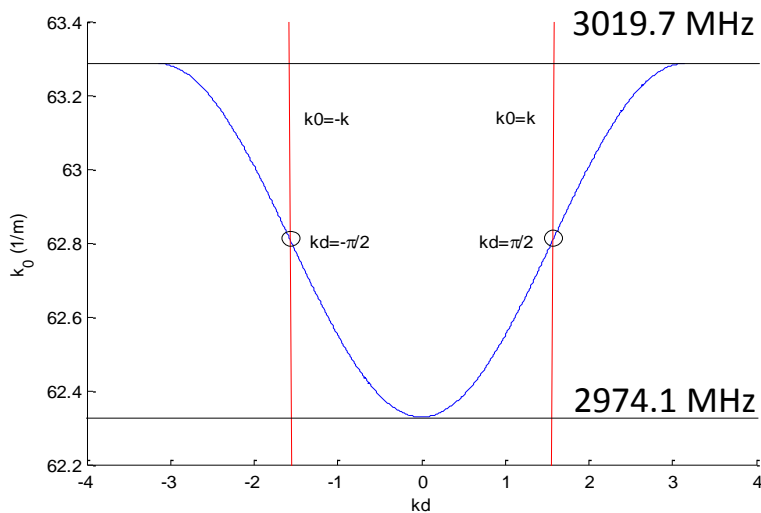
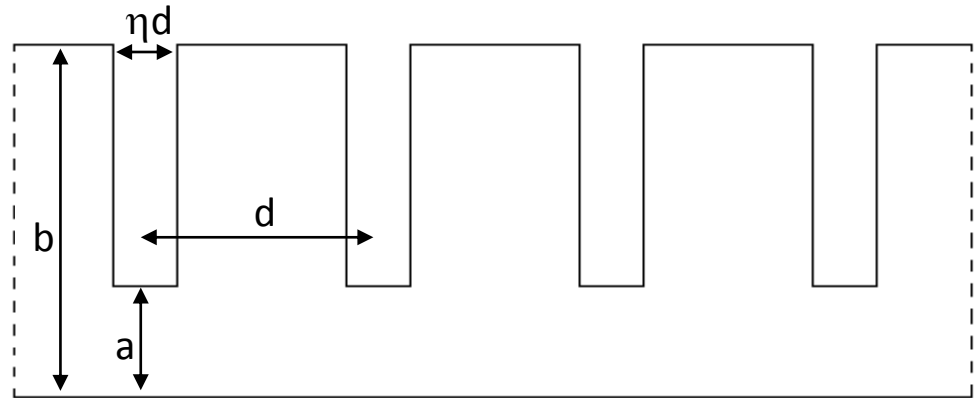
Rectangular and Circular Waveguide - II



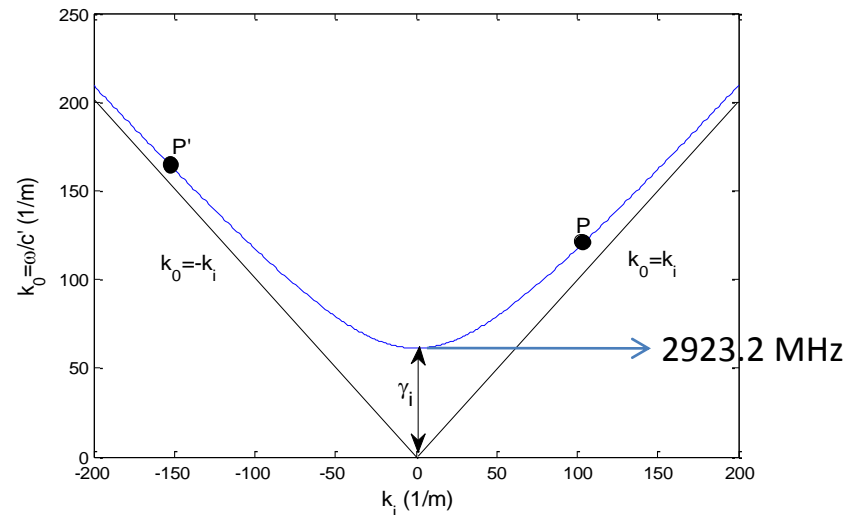
Medical electron accelerators, C. J. Karzmark, McGraw Hill, Inc. 1993. p. 72.

Periodic structure – A kind of slow-wave structure

- 1- Phase velocity could be $< c$ and group velocity in our case is around $0.01c$ (In vacuum)
- 2- There is lower limit for frequency (Cutoff frequency)
- 3- There is upper limit for frequency
- 4- The axis values in graph are for $b = 3.9252$ cm for cylindrical cavity in TM_{01} mode and $d=2.5$ cm, $\eta d=0.5$ cm and $a=1$ cm.



For TM_{11} mode : 4757.7 - 4792.7 MHz



Analytical method

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{k_r a} \frac{J_1(k_r a)}{J_0(k_r a)} = \frac{1}{(1-\eta)ka} \frac{J_1(ka)N_0(kb) - N_1(ka)J_0(kb)}{J_0(ka)N_0(kb) - N_0(ka)J_0(kb)} \\ k = \frac{2\pi}{\lambda_0}, k_z = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{2\pi}{\beta_w \lambda_0}, k_r^2 = k^2 - k_z^2 \end{array} \right.$$

E. L. Chu Method

Direct using of Maxwell equations and boundary conditions by $d \ll \lambda_0$ assumption.

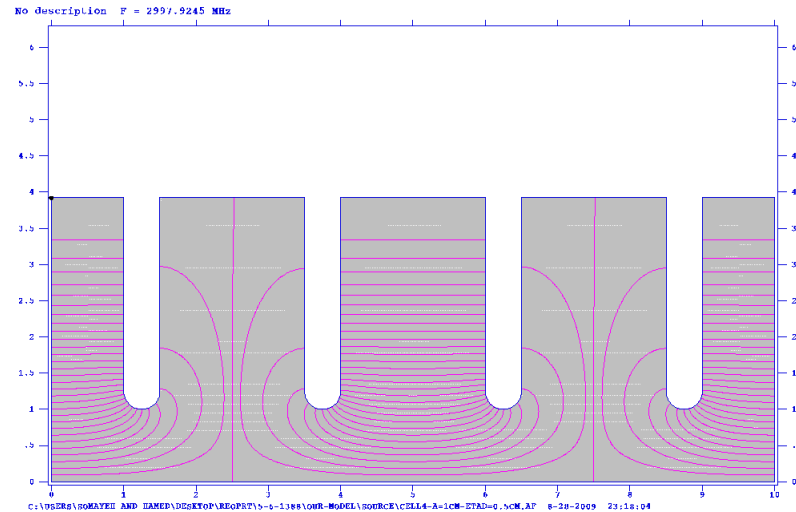
$$\left\{ \begin{array}{l} \omega \frac{\pi}{2} = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{2}{3} \varepsilon_0 a^3 \frac{E_0^2}{U}} = \frac{x_{01} c}{b} \sqrt{1 + \frac{4/3\pi a^3/b^2 d}{J_1^2(x_{01}) (1-\eta)}} \\ x_{01} \approx 2.4048 \text{ (First root of } J_0 \text{ function)} \end{array} \right.$$

J. Gao Method

In this method, the system is assumed as a serial cavities in TM_{010} mode that each of them are perturbed by two holes on both sides on the symmetrical axis. In this method, these two holes can be replaced by two electric dipoles which el electric dipole moment is $2\varepsilon a^3 E_0/3$.

Method	b
By Superfish code	39.252 mm
E . L . Chu method	39.255 mm
J. Gao method	39.240 mm

Superfish SW simulation

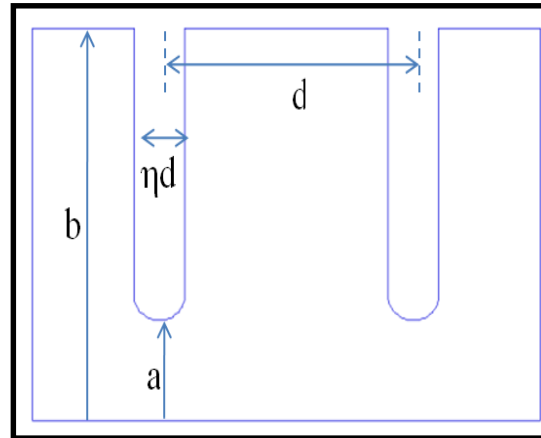


	Old design *	New design
a (Hole radius)	0.99±0.001cm	1±0.001 cm
b (Internal radius)	3.933±0.001 cm	3.925±0.001 cm
d (Disk space)	2.47±0.001 cm	2.5±0.001 cm
ηd (Disk thickness)	0.584±0.001 cm	0.5±0.001 cm
η	0.236	0.200
β _w (Phase velocity/c)	0.988	1.000
f (Resonant frequency)	2997.67 MHz	2997.92 MHz
Q (Quality Factor)	10489.5	10908.9
r/Q	242.29 Ohm	254.55 Ohm
T (Transit Time Factor)	0.858	0.855
W (Stored energy)	0.001574 J	0.001526 J

* "طراحی و ساخت کاواک شتابگر خطی الکترون"، سیامک ناظمی، پایان نامه کارشناسی ارشد، شهریور 87، دانشگاه شهید بهشتی

طراحی سلول نهایی کاواک شتابدهنده

Disk thickness (ηd)	5mm
Cell Inner Diameter ($2b$)	78.5mm
Cell length (d)	25mm
Working Frequency	2997.9 MHz
Phase/Group velocity	$1.0c/0.011c$
Main Harmonic axial Electric Field	7.4 MV/m @ 2 MW input power



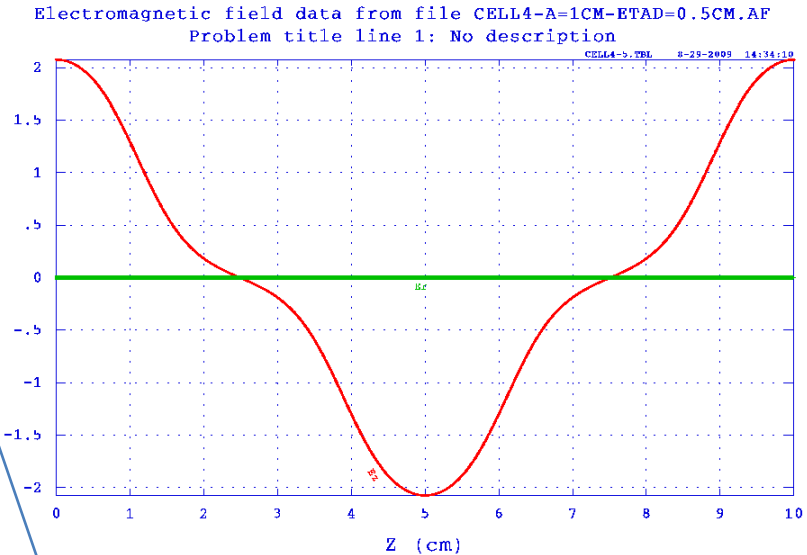
Electric Field analysis - Harmonics

$$\left\{ \begin{aligned} E_{z,TW}(r,z) &= \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} a_n J_0(k_{rn}r) e^{i(k_{zn}z - \omega t)} \\ E_{z,SW}(0,z) &= e^{-i\omega t} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} 2a_n \cos(k_{zn}z) \\ k_{zn}d &= \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad k_{rn}^2 = k^2 - k_{zn}^2 \end{aligned} \right.$$

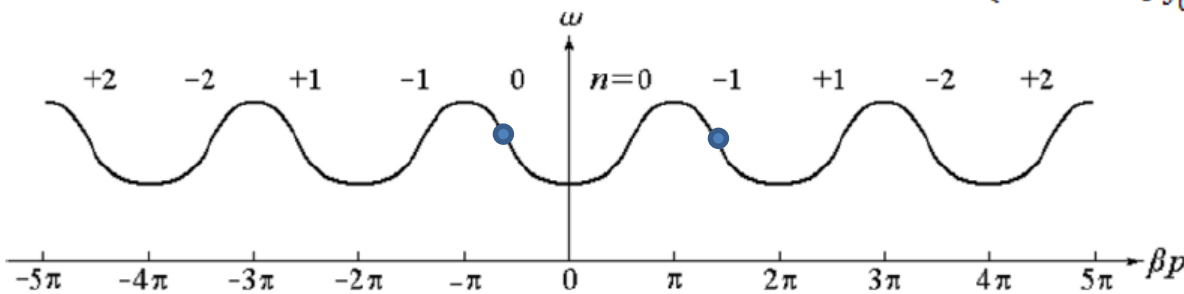
Harmonics Coefficient	MV/m
a_0	0.8554
a_{-1}	0.2062
a_1	-0.0148
a_{-2}	-0.0124
a_2	0.00017

Main Harmonic:
Phase velocity = c and just this component contributes in acceleration .

Phase velocity = -c/3 then it doesn't contribute in acceleration but contributes in power transmission.



$$\left\{ \begin{aligned} E_{z,TW} &= a_0 \sqrt{\frac{2MW}{P_{TW}}} = a_0 \sqrt{\frac{2MW}{26461W}} \approx 7.44 \frac{MV}{m} \\ P_{TW} &= \frac{1}{4} \int_0^a E_{r,SW} \left(r, \frac{d}{2}\right) H_{\phi,SW} \left(r, \frac{d}{2}\right) 2\pi r dr \end{aligned} \right.$$



(a) Forward fundamental system

Electromagnetic Theory for
Microwaves and Optoelectronic,
Keqian Zheng, Dejie Li, chap. 7

Group velocity as the energy transmission velocity - I*

$$P(z) = P(0)e^{-2\alpha z}, E(z) = E(0)e^{-\alpha z}, \alpha = \frac{\omega}{2Qv_g}$$

$$P = W'v_g$$

Q=ω x stored energy/ Loss power from surface.
W' is the energy stored in unit length.

$$v_g = \frac{P_{TW}}{W'_{TW}} = \frac{\frac{1}{2} \int_0^b E_{r,TW}(r,0) H_{\phi,TW}(r,0) 2\pi r dr}{W_{TW}/(L=4d)} = \frac{\frac{P_{SW}}{4}}{\frac{W'_{SW}}{2}} = \frac{1}{2} \frac{\int_0^b E_{r,SW}(r,d) H_{\phi,SW}(r,0) 2\pi r dr}{W_{SW}/(L=4d)} \quad \text{For } kd=\pi/2$$

Or

$$v_g = \frac{P_{TW}}{W'_{TW}} = \frac{\frac{1}{2} \int_0^a E_{r,TW}(r, \frac{d}{2}) H_{\phi,TW}(r, \frac{d}{2}) 2\pi r dr}{W_{TW}/(L=4d)} = \frac{P_{SW}/2}{W'_{SW}/2} = \frac{\frac{1}{2} \int_0^a E_{r,SW}(r, \frac{3d}{2}) H_{\phi,SW}(r, \frac{d}{2}) 2\pi r dr}{W_{SW}/(L=4d)}$$

	$E_r(d), H_\phi(0)$	$E_r(3d/2), H_\phi(d/2)$
P_{SW} (W)	105990	52924
W'_{SW} (J)	0.015259	0.015259
P_{TW} (W)	26497.5 (=P _{SW} /4)	26462 (=P _{SW} /2)
$W'_{TW} = W'_{SW}/2$ (J)	0.0076295	0.0076295
$v_g = P_{TW}/W'_{TW}$ (m/s)	3473032	3468379
v_g/c	0.01158	0.01157
α (1/m)	0.2486	0.2489
Field attenuation after 60cm	0.8614	0.8613
Field attenuation after 120cm	0.7421	0.7418
V/V_0 (After 60cm)	0.929	0.929
V/V_0 (After 120cm)	0.865	0.864
P/P_0 (After 60cm)	0.7421	0.7418
P/P_0 (After 120cm)	0.5507	0.5502

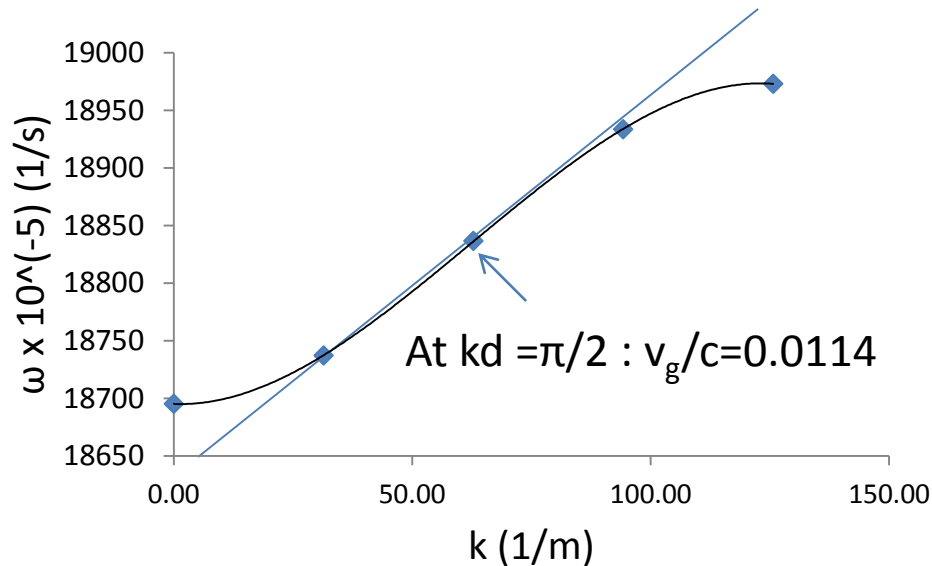
* Computer Calculations of Travelling Wave Periodic Structure Properties, SLAC-PUB-2295, March 1979

$$\frac{V}{V_0} = \frac{1}{\alpha L} (1 - e^{-\alpha L})$$

Group velocity as $d\omega/dk$ - II

Mode	kd	k (1/m)	f(MHz)	$\omega=2\pi f$ (Hz)
0	0	0	2975.42461	1.8695E+10
$1/4*\pi$	0.785398	31.4159	2982.09679	1.8737E+10
$2/4*\pi$	1.570795	62.8318	2997.92451	1.8836E+10
$3/4*\pi$	2.356193	94.2477	3013.36455	1.8934E+10
π	3.14159	125.6636	3019.64903	1.8973E+10

By finding the resonant frequency for each mode in the Superfish model we can calculate the group velocity.



Accelerating Tube after construction



Group Velocity Measurement

Mode	kd	k (1/m)	f(MHz)	$\omega=2\pi f$ (Hz)
$3/7*\pi$	1.3464	53.856	2993.1	1.8806E+10
$4/7*\pi$	1.7952	71.808	3001.6	1.8860E+10
$11/24*\pi$	1.4399	57.596	2995.95	1.8824E+10
$12/24*\pi$	1.5708	62.832	2998.72	1.8841E+10

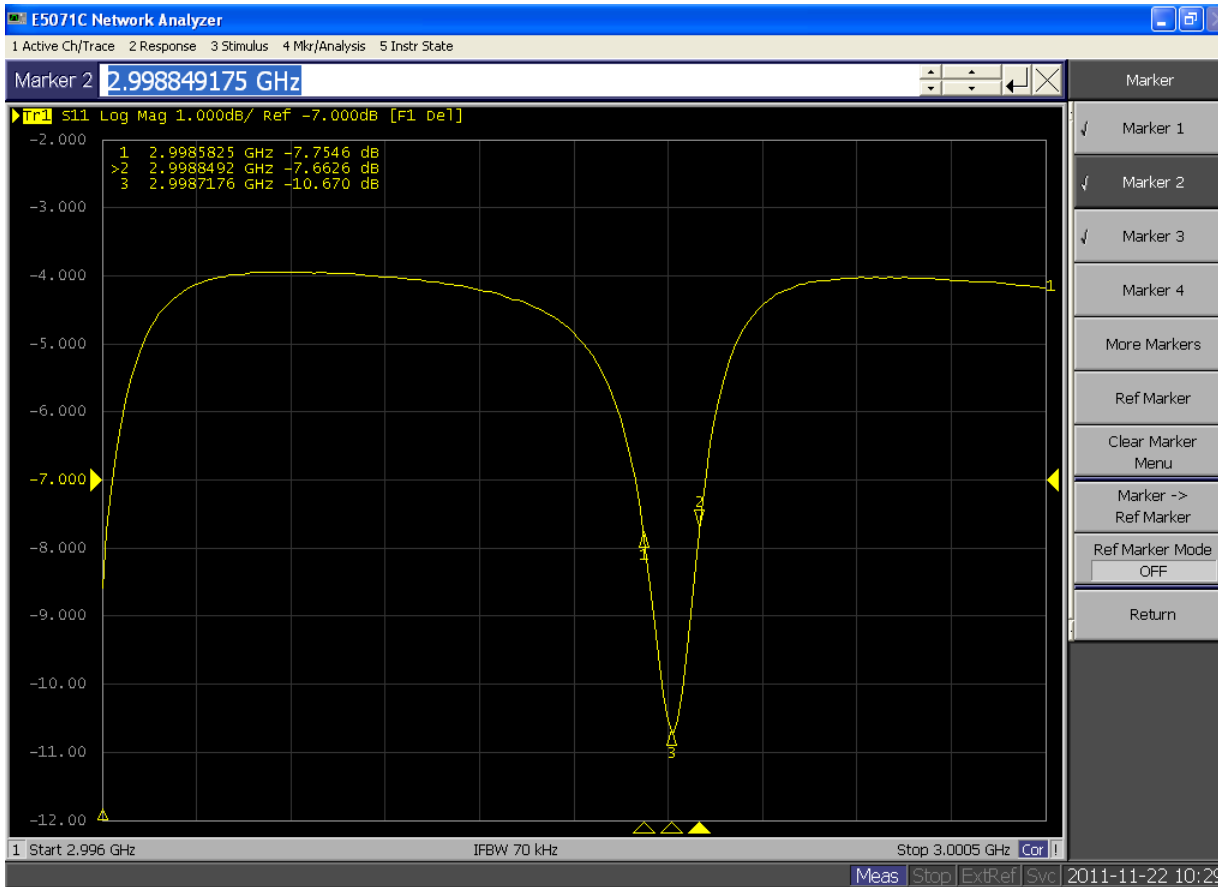
$$\frac{v_g}{c} \approx \frac{1}{c} \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \approx 0.0099 = 0.99\%$$

$$\frac{v_g}{c} = 0.011 = 1.1\%$$

Methods	Group velocity
J . Gao method	0.0134c
Field analysis method	0.0116c
Resonant frequency method	0.0114c
Measurement - I	0.0099c
Measurement - II	0.011c

Good Achievement

Frequency Quality factor measurement



In this measurement we have a weak coupling ($\beta \ll 1$) then $Q_0 \approx Q_L = 11100 \pm 500 \approx 10909$. It means that structure is close to nominal case.

Good Achievement

This frequency is 0.8 MHz more than nominal case (2997.92 MHz) but the nominal case is for vacuum and 25° C. This measurement is done at air and around 15° C .

$$Q_L = \frac{f_0}{\Delta f \text{ (for 3db)}} = \frac{2998.72 \text{ MHz}}{2998.85 - 2998.58} \approx 11100$$

Energy gain reduction because of machining errors

SLAC Mark III paper

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\delta V}{V} = \frac{N\theta^2}{2} \left[2 + \frac{2}{sN} + \frac{2}{e^{-sN} - 1} \right] = 13.908 \times 10^{-4} \left\{ \begin{array}{l} 24 \times \frac{0.975}{2} = 11.7 \\ 48 \times \frac{0.950}{2} = 22.8 \\ 72 \times \frac{0.926}{2} = 33.336 \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{l} 1.63\% \\ 3.17\% \\ 4.64\% \end{array} \right. \\ \\ S = I \frac{\lambda_g}{4} = 0.2487 \left(\frac{1}{m} \right) \times \frac{0.1m}{4} = 6.22 \times 10^{-3} \\ 2 + \frac{2}{sN} + \frac{2}{e^{-sN} - 1} \xrightarrow{N=24} 0.975 \xrightarrow{N=48} 0.950 \xrightarrow{N=72} 0.926 \end{array} \right.$$

Energy gain reduction because of random errors come from machining limitation accuracy for $\delta q = 10\mu m$ accuracy.

Energy gain reduction because of systematic error comes from coupling between cells because they use the same tube

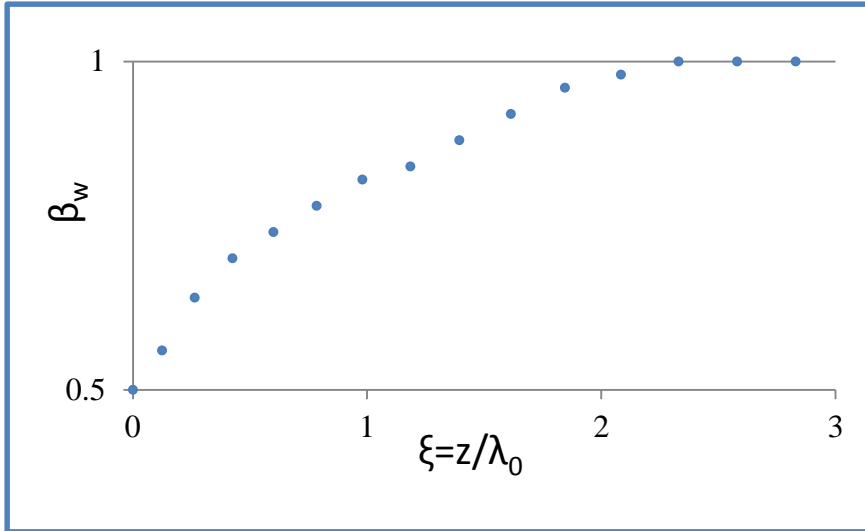
$$\theta^2 = \delta(\langle kd \rangle^2) = \left(\frac{\pi v_p c}{2 c v_g f} \right)^2 \sum \left(\frac{\partial f}{\partial q_i} \delta q_i \right)^2 = \left(\frac{\pi v_p c}{2 c v_g k_0} \right)^2 \sum \left(\frac{\partial k_0}{\partial q_i} \delta q_i \right)^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial k_0}{\partial a} = \frac{3D}{a} = 386.5 (1/m^2) \\ \frac{\partial k_0}{\partial b} = -\frac{k_0}{b} - \frac{2D}{b} = -1674 (1/m^2) \\ \frac{\partial k_0}{\partial d} = -\frac{D}{d} = -72.1 \left(\frac{1}{m^2} \right) \\ \frac{\partial k_0}{\partial (\eta d)} = \frac{D}{d(1-\eta)} = 159.3 \left(\frac{1}{m^2} \right) \\ D \equiv \frac{x_{01}}{b} \frac{2}{3\pi J_1^2(x_{01}) d(1-\eta) b^2} = 1.5655 (1/m) \end{array} \right.$$

$$\left(\frac{\delta V}{V} \right)_d = \left[2\pi \frac{c}{v_g} \frac{\delta \lambda_0}{\lambda_0} \right]^2 \frac{L^2}{6} = \left[2\pi \frac{c}{v_g} \frac{\delta b}{k_0} \frac{\partial k_0}{\partial b} \right]^2 \frac{L^2}{6} \approx 12.5\%$$

By changing the phase entrance this value will be reduced to about 3% then the total reduction is about $3\% + 4.6\% \approx 8\%$. By tuning we can avoid this (See last slide).

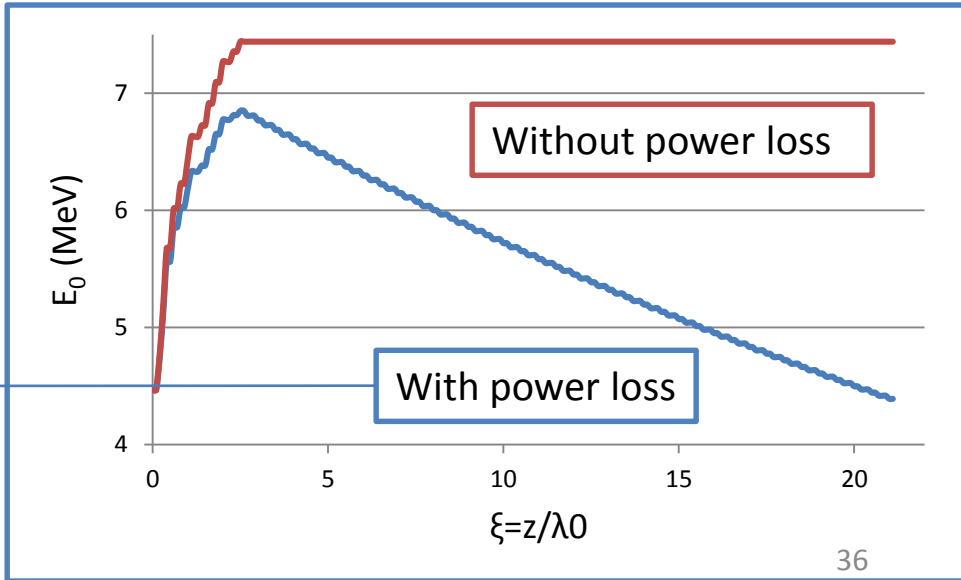
Buncher



$$\begin{cases} \frac{a^4 \alpha^2}{\beta_w} f(k_r a) = \text{constant}; \alpha = \frac{E_0 e \lambda_0}{m_0 c^2} \\ f(k_r a) = \frac{8}{(k_r a)^2} [J_1^2(k_r a) - J_0(k_r a) J_2(k_r a)] \end{cases}$$

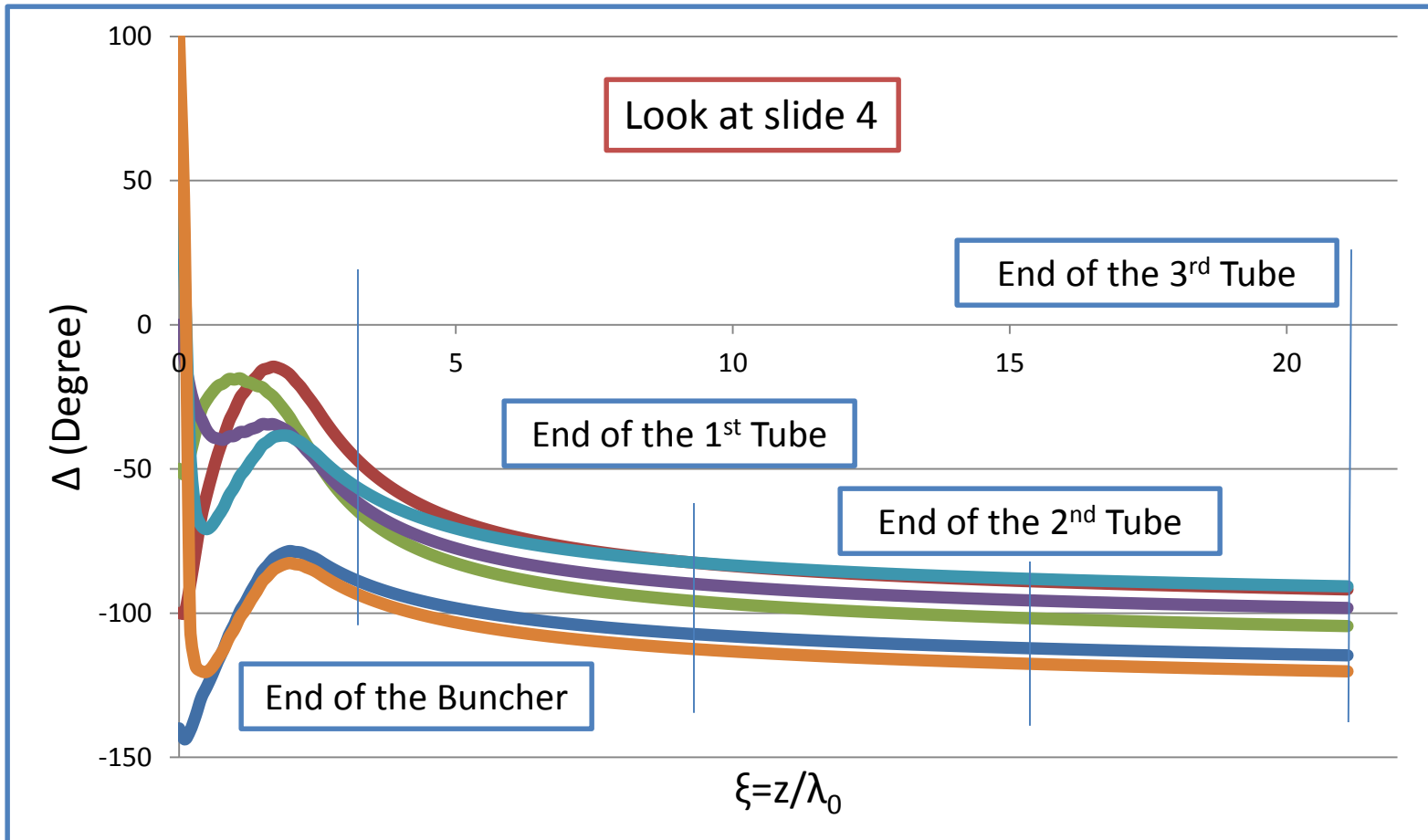
After choosing phase velocity inside the buncher, the accelerating field (without loss) is calculated using this equation. The disk hole radius(a) is equal to 10.00 mm.

Inside the buncher, phase velocity increases smoothly to reach to the velocity of light.



$$\begin{aligned} E(z) &= E_0(z) e^{-Iz} \xrightarrow{z=L=2.1195m} E(L) = 0.59 E_0(L) \\ \Rightarrow \frac{P_f}{P_i} &= 0.59^2 = 0.35 \Rightarrow P_f = 700 \text{ kW} \\ I &= \frac{\omega}{2v_g Q} = \\ &= \frac{2\pi \times 2997.92 \text{ MHz}}{2 \times 0.01158 \times 2997.92 \times 10^5 \times 10908.9} = 0.2487 \left(\frac{1}{m}\right) \end{aligned}$$

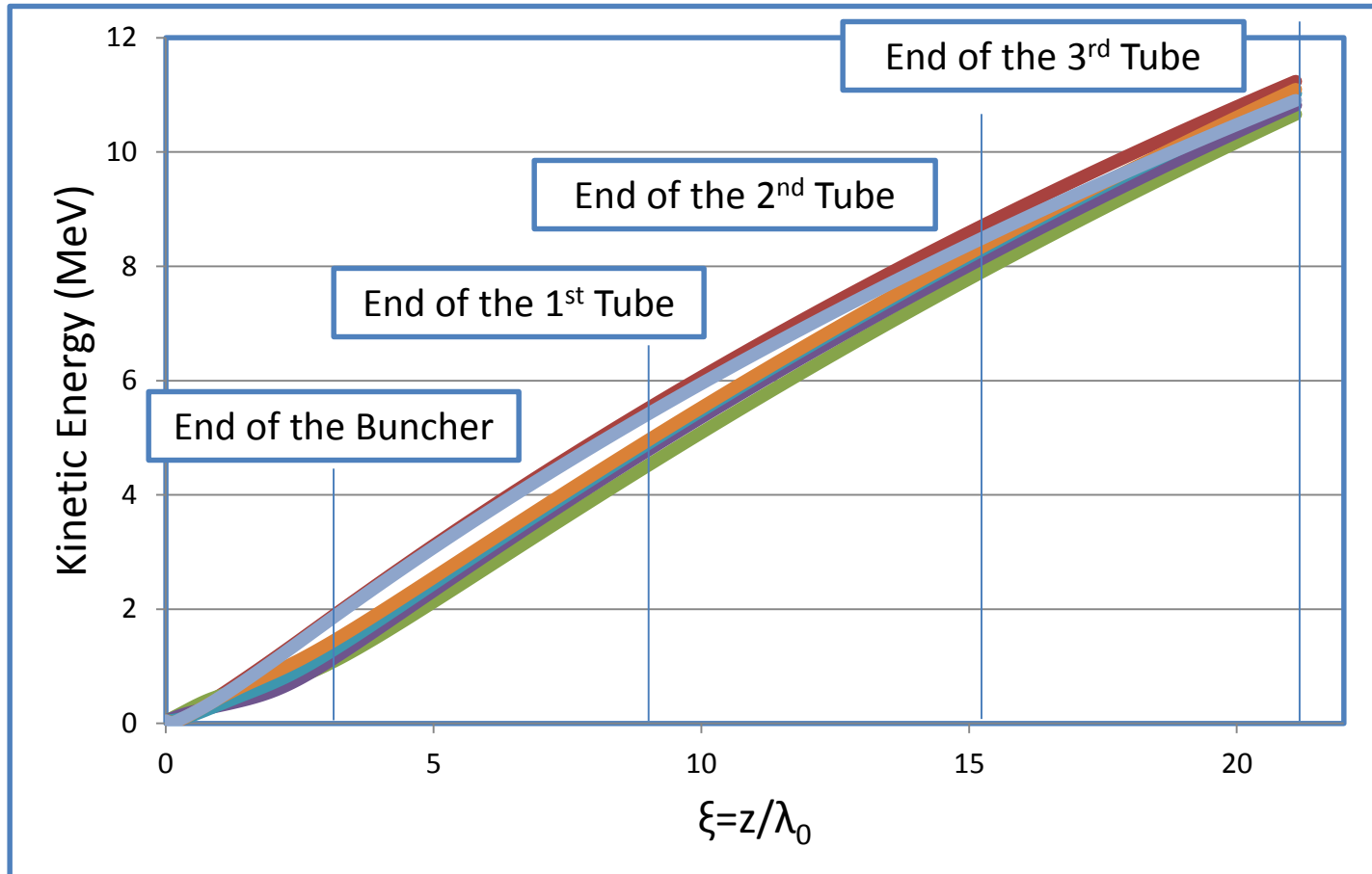
Beam Dynamics study



$$\begin{cases} \frac{d\Delta}{d\xi} = 2\pi \left(\frac{1}{\beta_w} - \frac{1}{\beta_e} \right); \quad \xi = \frac{z}{\lambda_0} \\ \frac{d\gamma}{d\xi} = -\alpha \sin(\Delta); \quad \gamma = \frac{1}{(1 - \beta_e^2)^{\frac{1}{2}}} \end{cases}$$

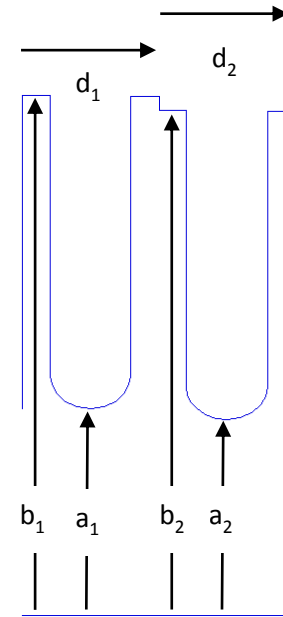
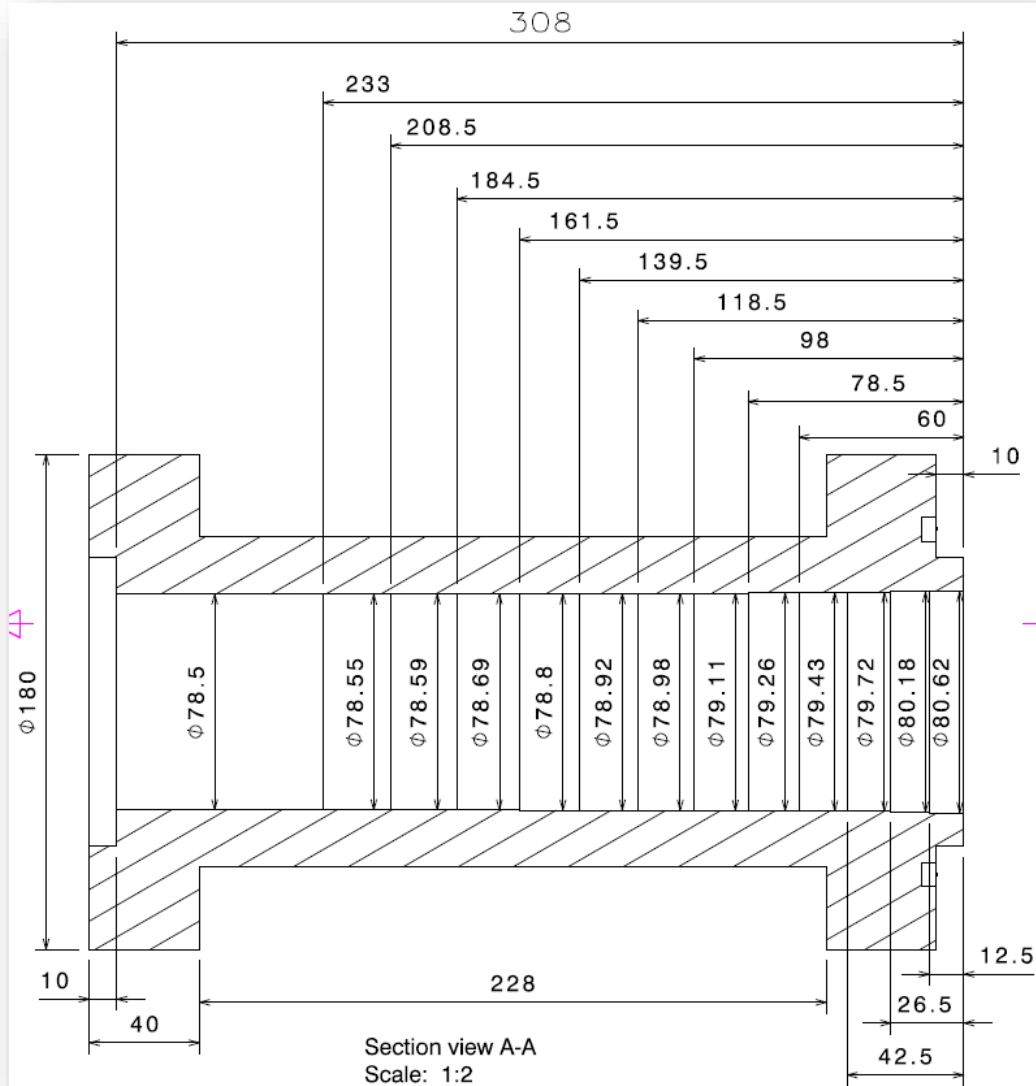
-97.24±7.54 deg (final distribution) ≈ 4.2 mm bunch length
 Capturing: -142 ... 102 : 244 deg (68%)
 Continues beam is entered: No pre-buncher is assumed₃₇

Beam Dynamics study - II



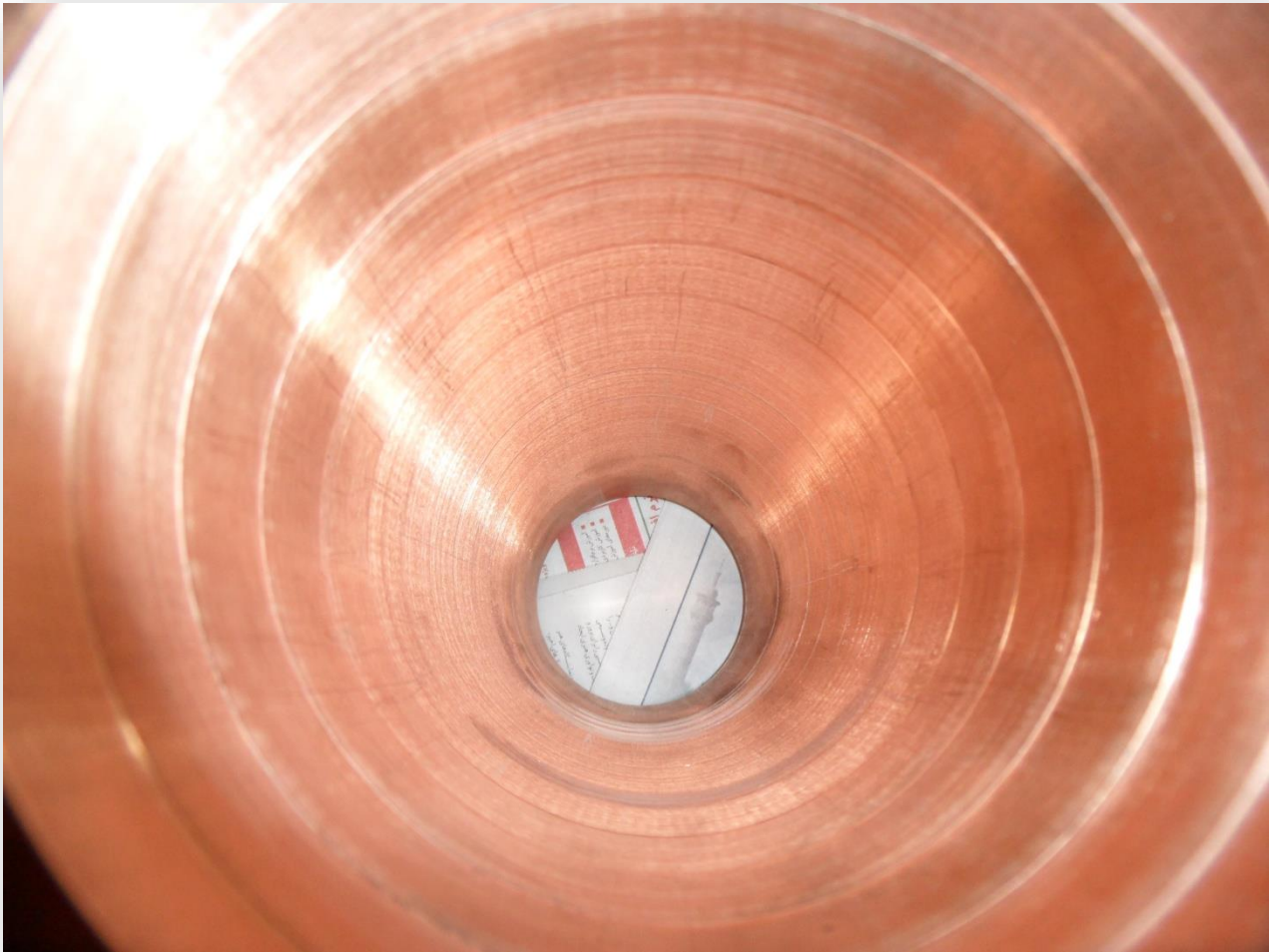
Final Kinetic Energy: 11.04 ± 0.26 MeV or 2.3% Energy Spread

Final Design

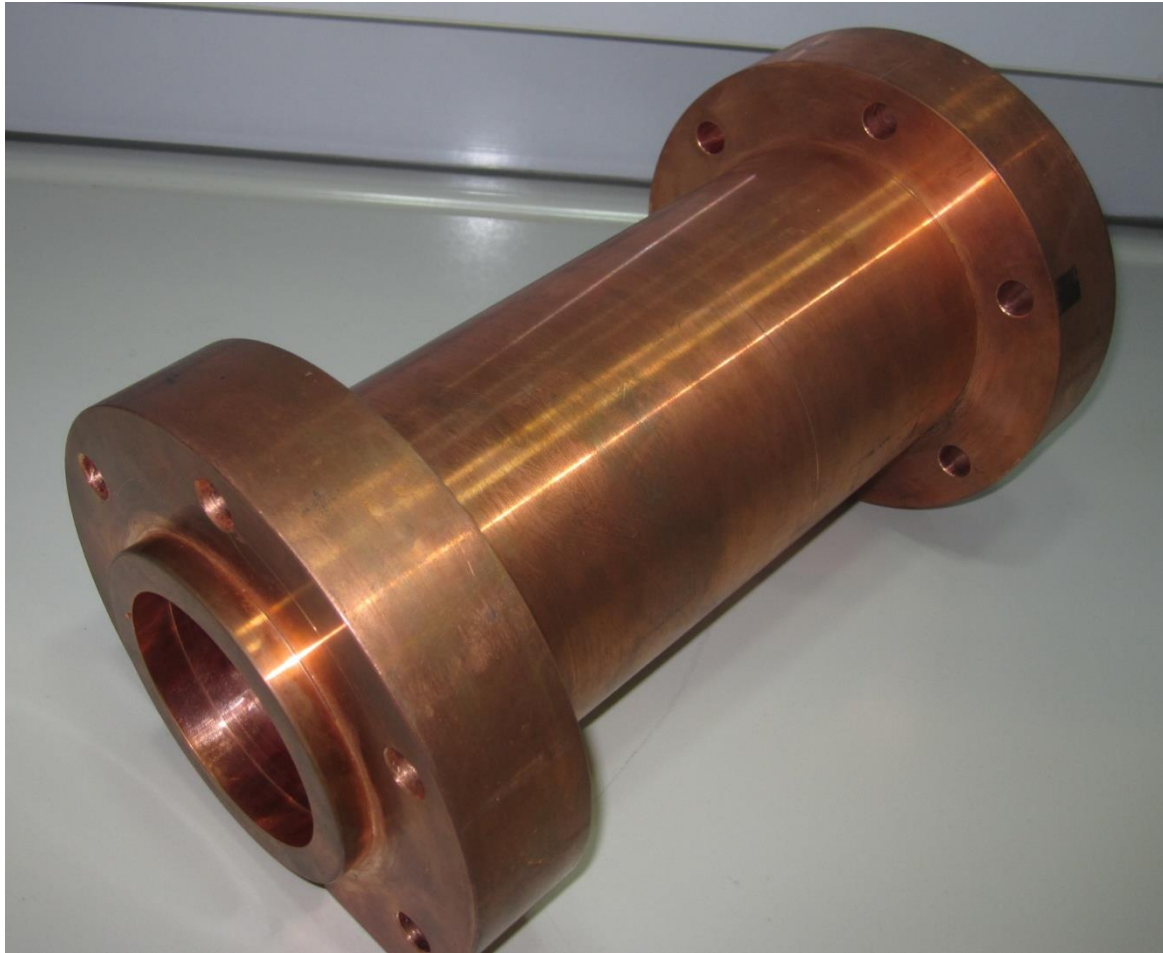


$a_i = 10 \text{ mm}$
 $\eta d_i = 5 \text{ mm}$
 $d_i = \beta_{w,i} \times 25 \text{ mm}$
 b_i is calculated using E. L. Chu equation (See slide 9). These values is corrected finally by Superfish code.

Buncher after construction without disks



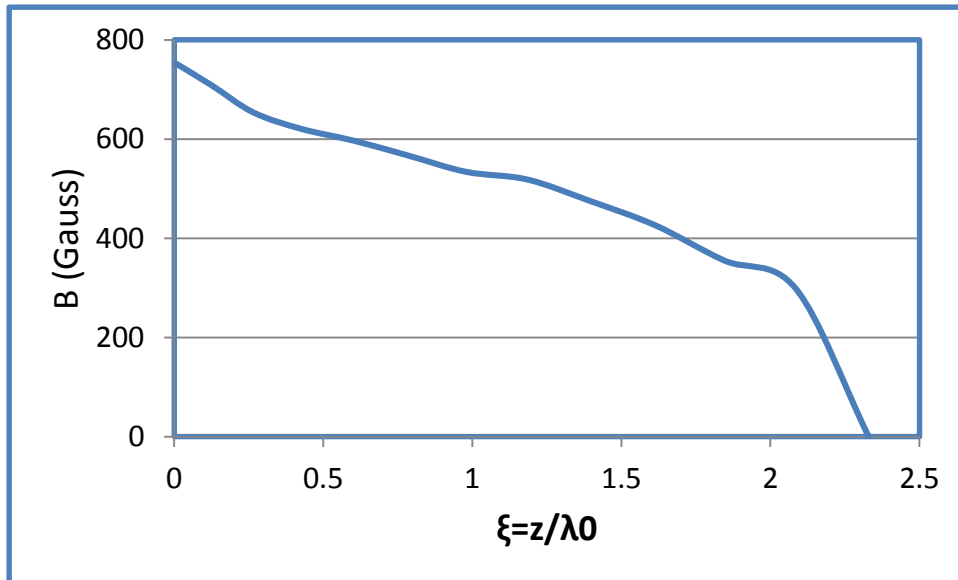
Buncher after construction



Magnetic field needed for focusing

$$B = 577 \text{ Gauss} \times \sqrt{\alpha \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\beta}}$$

SLAC Mark III paper



This field is produced by coils around the buncher.

After the buncher, the electrons velocity reach to the velocity of light then the electric field and magnetic field inside the bunch cancel each other and no magnetic field is needed for focusing.

If the input power reaches to 8 MW, the magnetic field is needed is 1.4 times more.

Water cooling

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{av} = \dot{m}c_p\delta T = \rho Fc_p\delta T \Rightarrow F = \frac{1}{\rho c_p} \frac{P_{av}}{\delta T} \Rightarrow F \left(\frac{cm^3}{s} \right) = 0.239 \left(\frac{K \cdot cm^3}{J} \right) \times \frac{P_{av}}{\delta T} \\ P_{av} = P_p \times \tau_p \times f_{rep} = 2 MW \times 6 \times 10^{-6} s \times 50 Hz = 600W \\ \text{For } \delta T = 1^\circ C : F \approx 143 cm^3/s \end{array} \right.$$

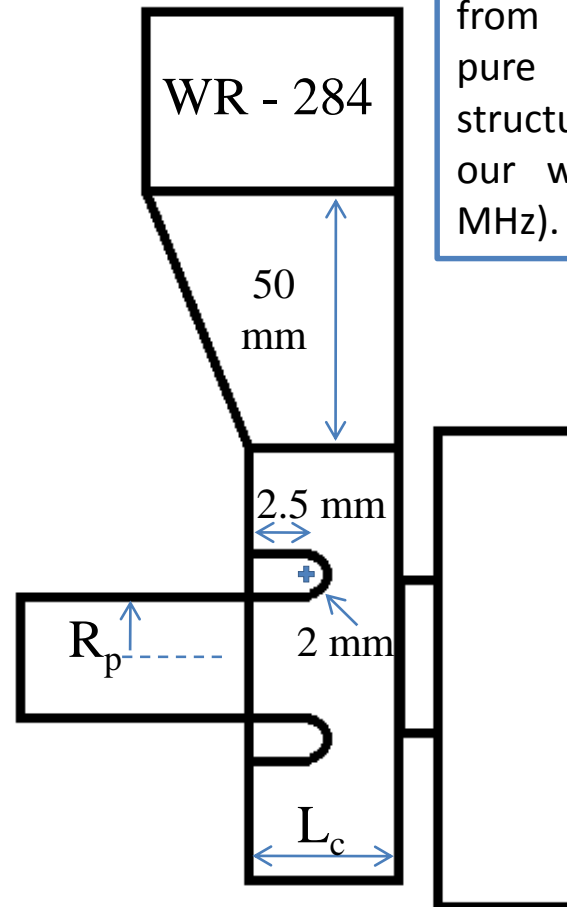
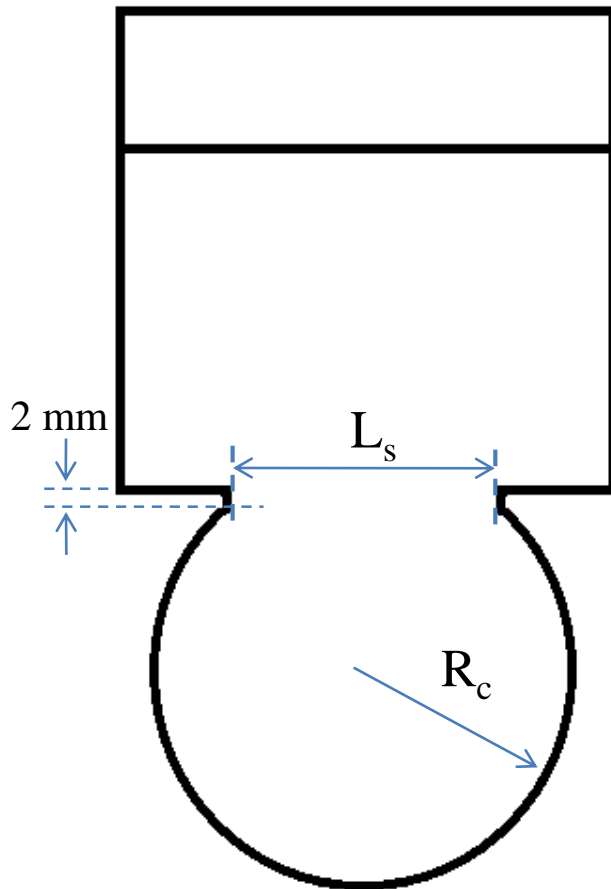
For 2 MW peak power and the pulse length (τ_p) equal to 6 μ s and 50 Hz repetition rate, the average power is equal to 600 W. Then by these equations 143 cc/s water flow is needed to keep temperature less than 1 degree ($\delta T=1^\circ$ C) more than the nominal temperature.

If you remember, from slide 18, 700 KW power, leaves the structure from output coupler then just 1.3 MW power is absorbed by structure then about 93 cc/s water flow is enough. For higher input power, for example 8MW, we need 4 times more water flow (about 370 cc/s).

$$f = f_0(1 - \alpha_L \delta T) \Rightarrow \delta f = -f_0 \alpha_L \delta T = -2997.92 \times 10^6 \times 1.66 \times 10^{-5} \times \delta T \\ \approx 50 \left(\frac{KHz}{K} \right) \delta T \Rightarrow \delta f \approx 100 KHz \text{ for } \delta T = 2^\circ C$$

Frequency change because of temperature changing

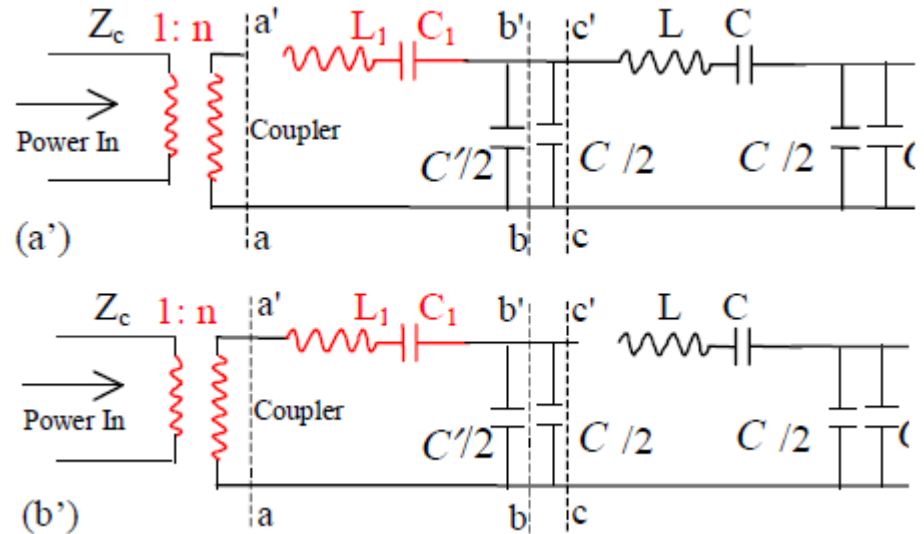
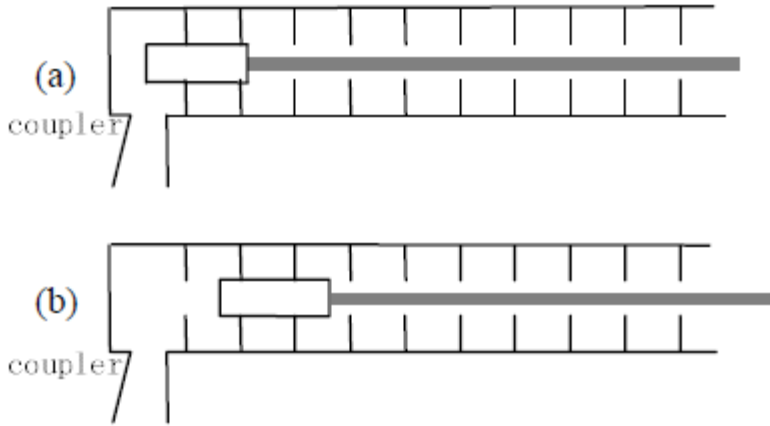
Couplers



We should find optimum R_c and L_s to reach to the minimum reflection from input coupler and to have pure traveling wave inside the structure as much as possible for our working frequency (2997.92 MHz).

R_p is equal to 7.5 mm/10 mm and L_c is equal to 9 mm/20 mm for the input/output coupler. The nose cone that is shown on the left is just for the input coupler to avoid the SW fields for the first half of the coupler cell.

First Method for Cavity Tuning



$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_c = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \sqrt{\frac{\omega_2 \tan\left(\frac{\varphi_2}{2}\right) - \omega_1 \tan\left(\frac{\varphi_1}{2}\right)}{\omega_1 \tan\left(\frac{\varphi_2}{2}\right) - \omega_2 \tan\left(\frac{\varphi_1}{2}\right)}} \\ \beta = \frac{1}{\frac{k}{2} \omega \frac{\pi}{2} \sin(\theta_0) \tan\left(\frac{\varphi_1}{2}\right) \tan\left(\frac{\varphi_2}{2}\right) (\omega_1^2 - \omega_2^2)} \\ \omega_{\theta_0} = \omega \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{k}{2} \cos(\theta_0)\right) : \text{dispersion equation} \end{array} \right.$$

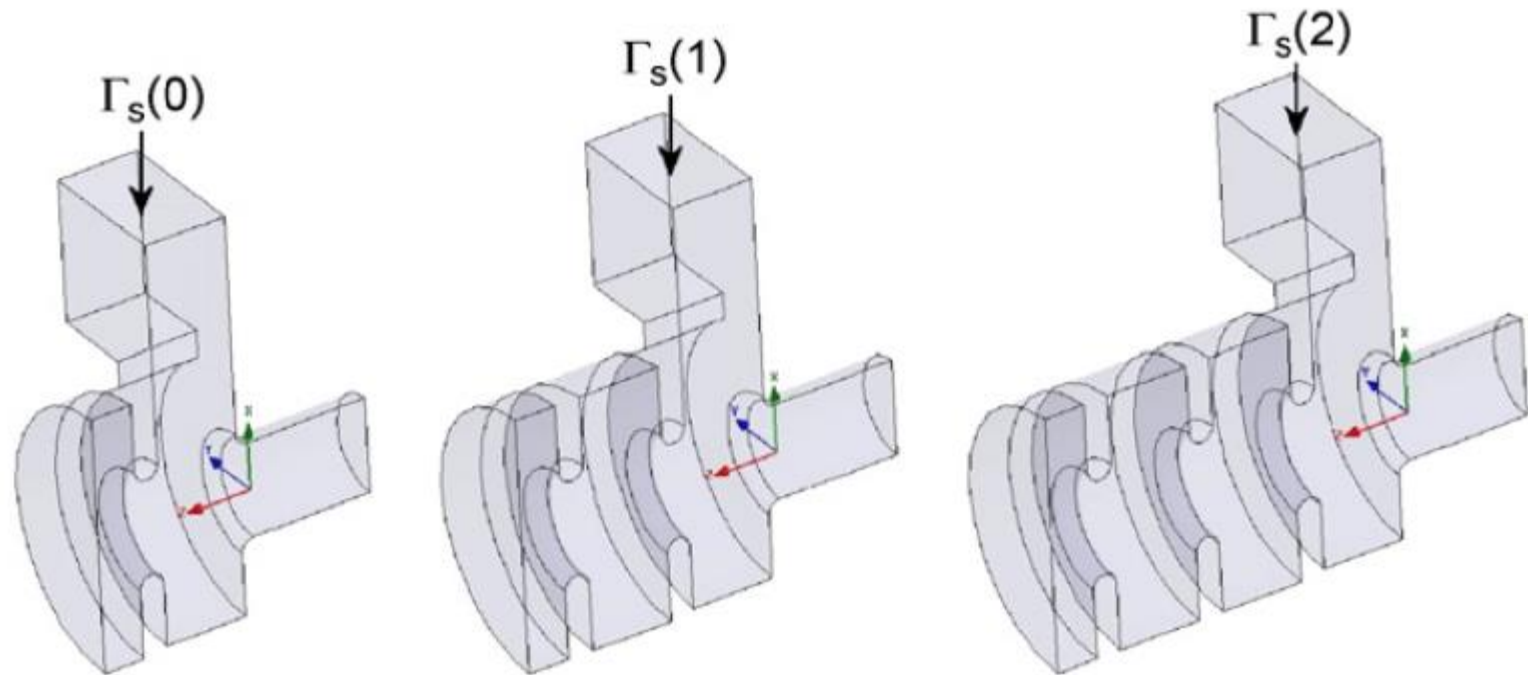
In this method the coupler and the first joined cell is detuned afterward by an external conductor object and the reflection angles are measured for two different frequencies near our working frequency (2997.92 MHz). By using these equations, the resonant frequency of coupler cell (ω_c) and the coupling coefficient (β) between the coupler cell and the waveguide are calculated.

$\phi_{1,2}$ is equal to the difference between reflection angles for the first joined detuned and the coupler cell detuned cases for each chosen frequency.

“A Quantitative Method of Coupler Cavity Tuning and Simulation”, S. Zheng, Y. Cui, H. Chen, L. Xiao, PAC 2001

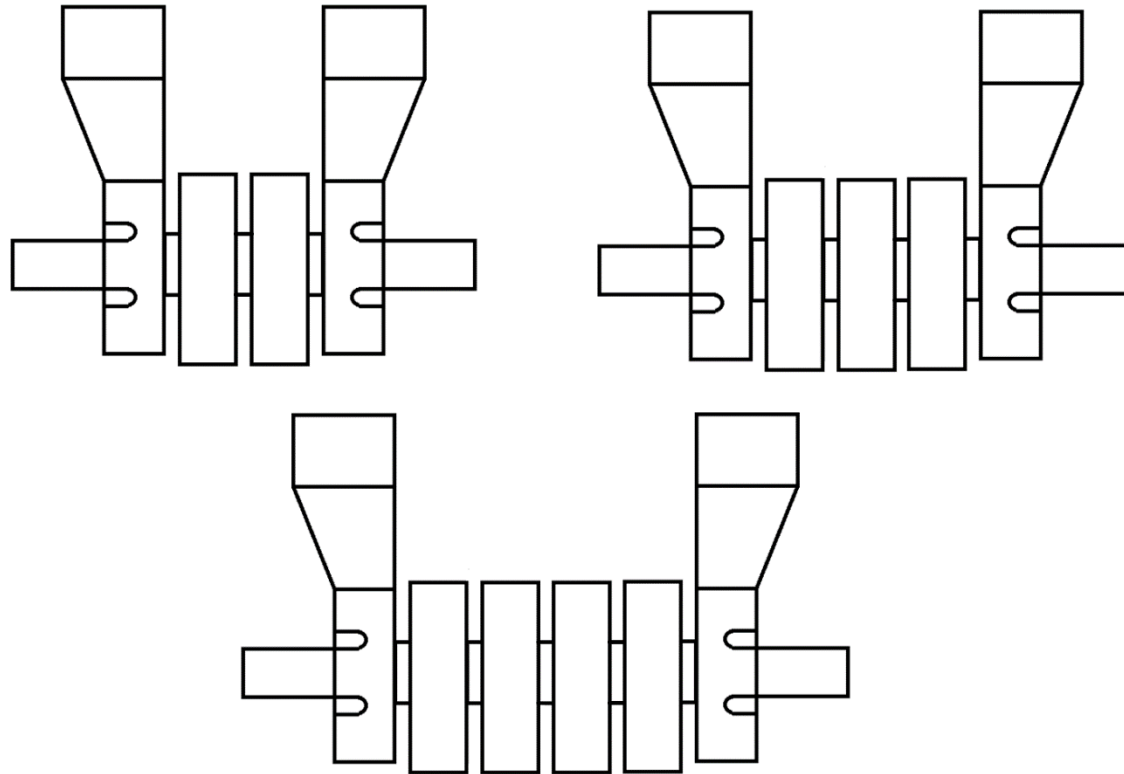
Second Method for Cavity Tuning

D. Alesini et al., "Design of couplers for traveling wave RF structures using 3D electromagnetic codes in the frequency domain", Nucl. Instrum. Methods A, June 2007, 580 (2007), p. 1176-1183.



In this method, the difference between reflection angles is measured when a conductor plate is placed at the middle of the different joined cells. The coupler is matched when the reflection angles difference for the working frequency is 180° ($2 \times 90^\circ$) for moving the plate by one cell.

Third Method for Cavity Tuning



In this method, three above models with similar cells run simultaneously for each dimension and the maximum S_{11} in each run is considering as the S_{11} . The best dimension is for the minimum S_{11} .

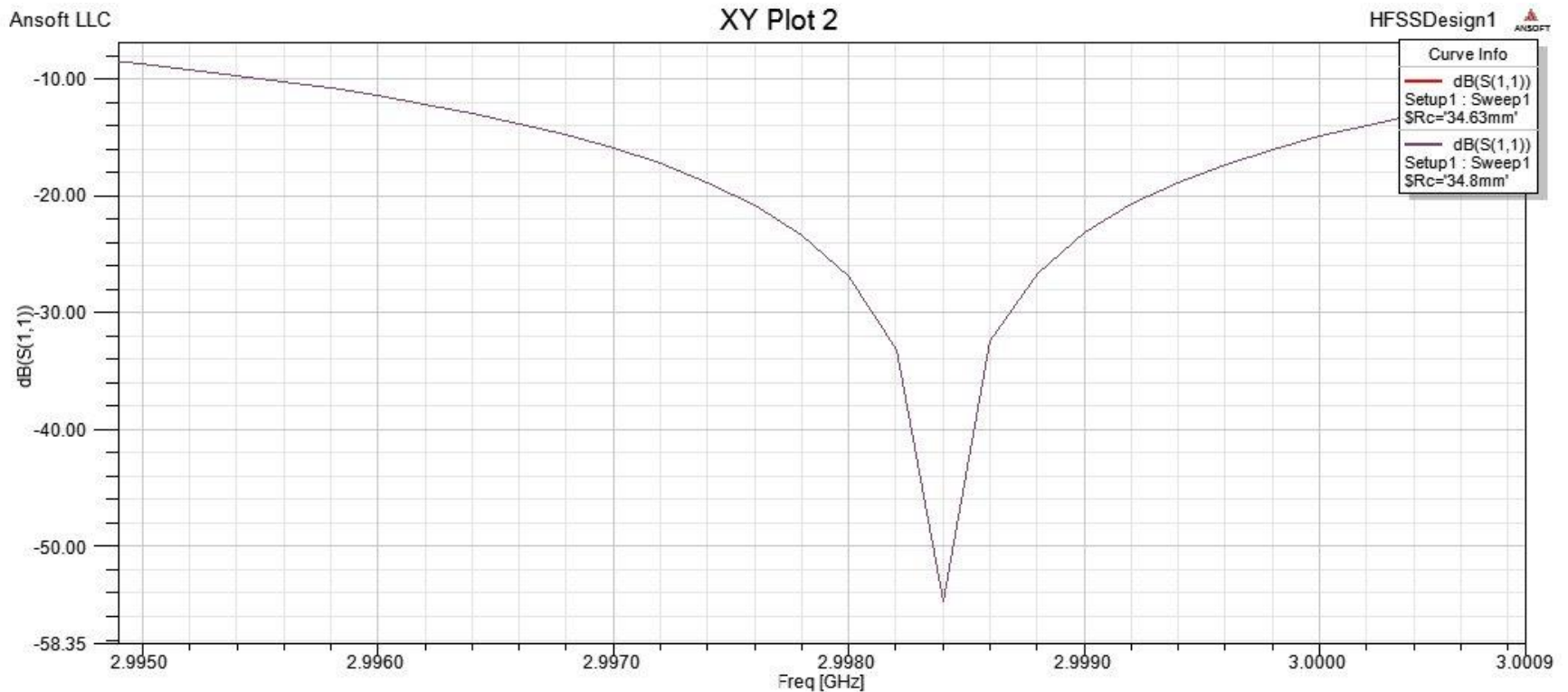
Tuning result

Coupler/Method	R_C	L_s
Input / 1 wrong	34.73 mm	28.4 mm
Input / 2 (89.1°,87.2°) wrong	34.81 mm	28.5 mm
Input / Final wrong	34.81 mm	28.3 mm
Input 3	34.26 mm	33.2 mm
Output / 1	38.59 mm	26.55 mm
Output / 2 (89.4°,81.6°)	38.575 mm	26.55 mm
Output / Final	38.61 mm	26.4 mm
Output 3	38.56 mm	26.6 mm

Third method just works for the input coupler

Input Coupler Simulation

wrong



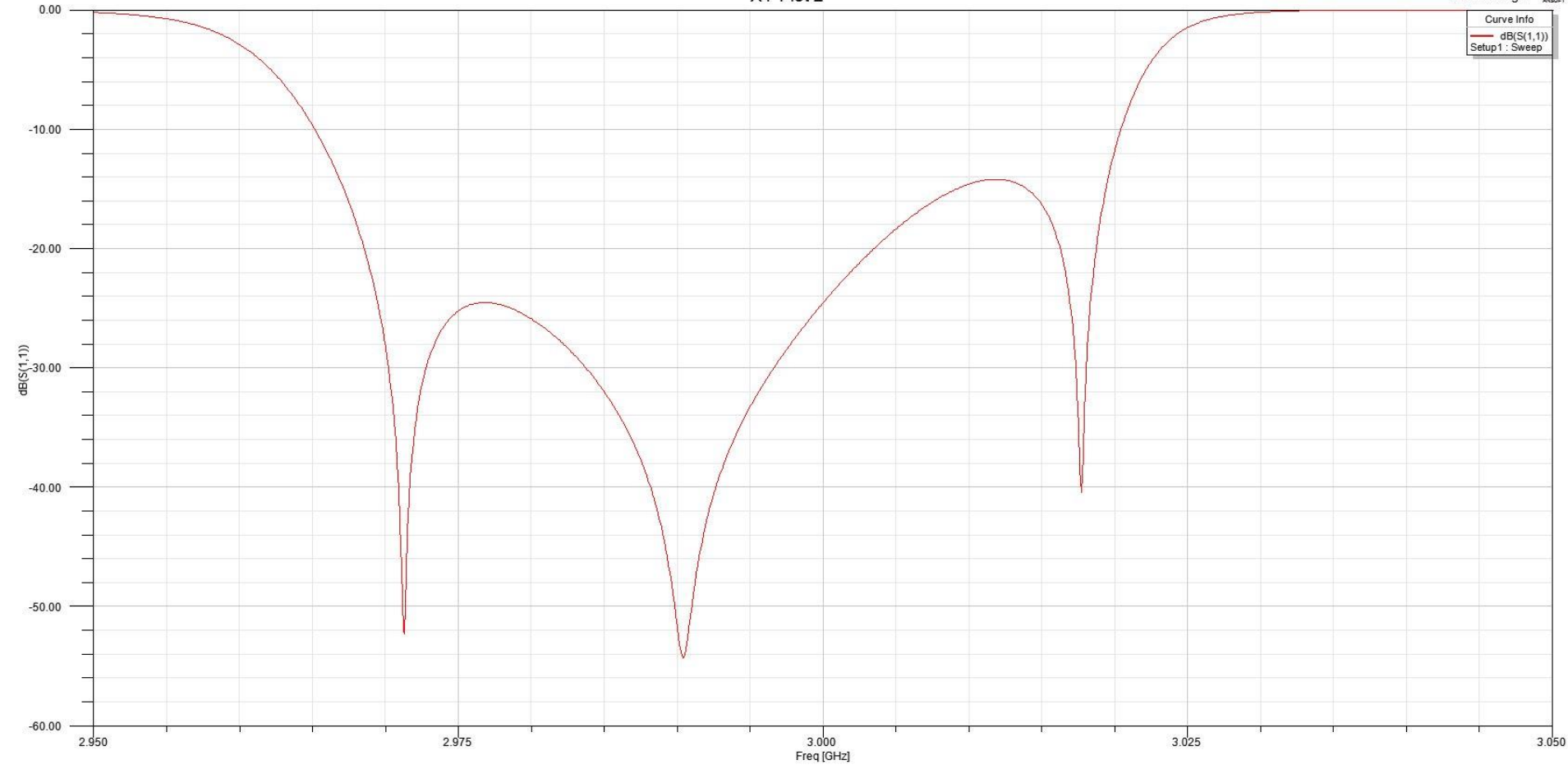
Input Coupler Simulation

XY Plot 2

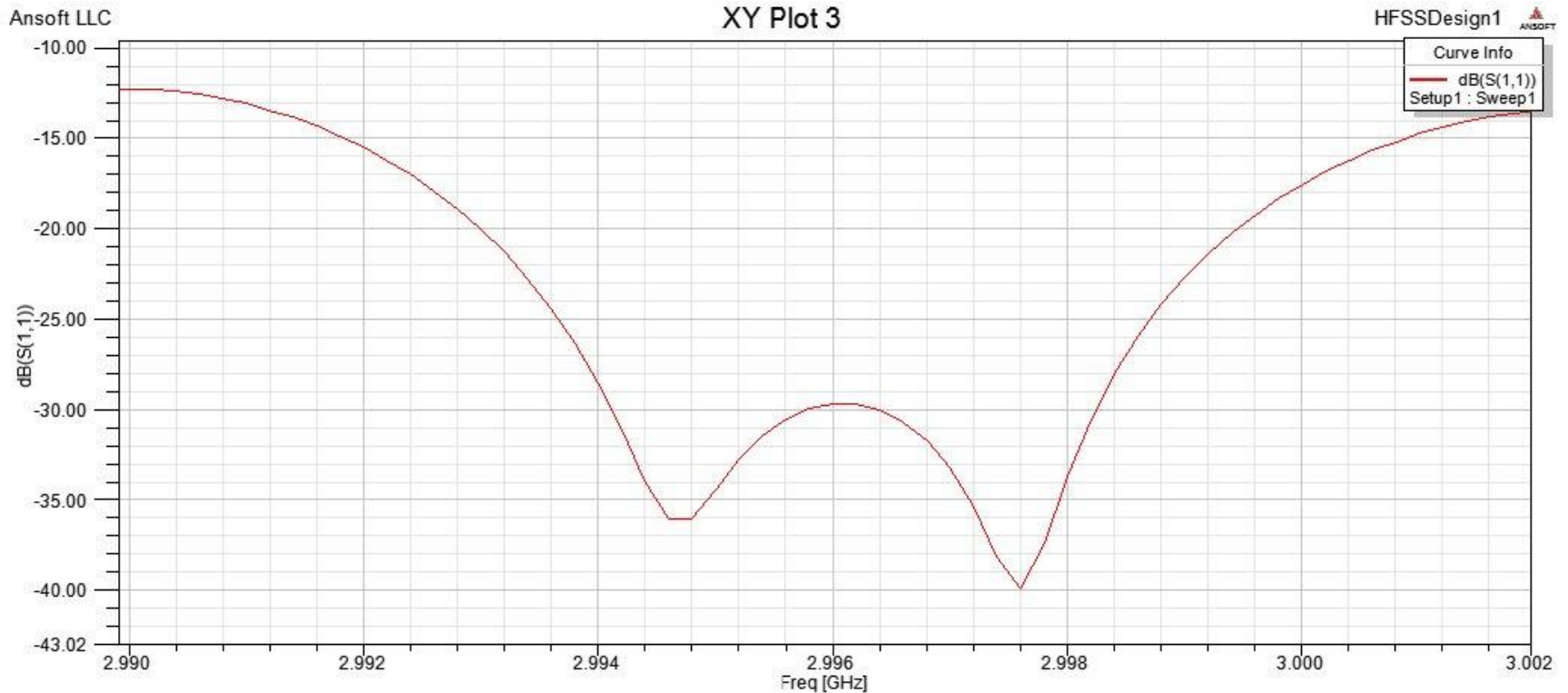
HFSSDesign1



Curve Info
dB(S(1,1))
Setup1 : Sweep

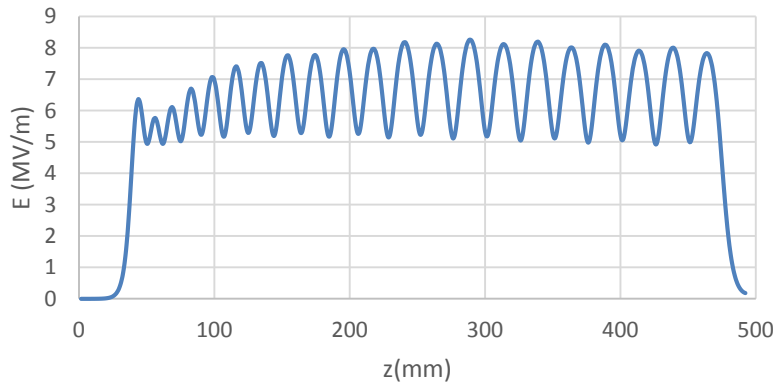


Output Coupler Simulation

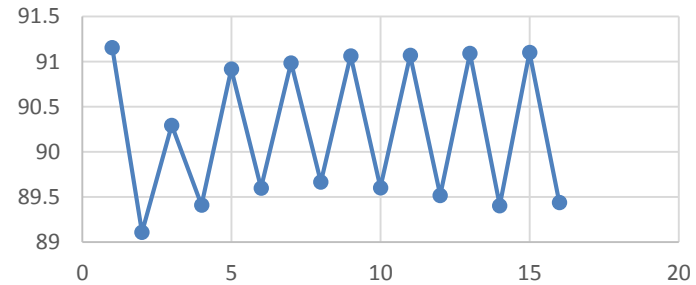


طراحی رادیویی خوشه ساز و تیوبهای شتابدهی

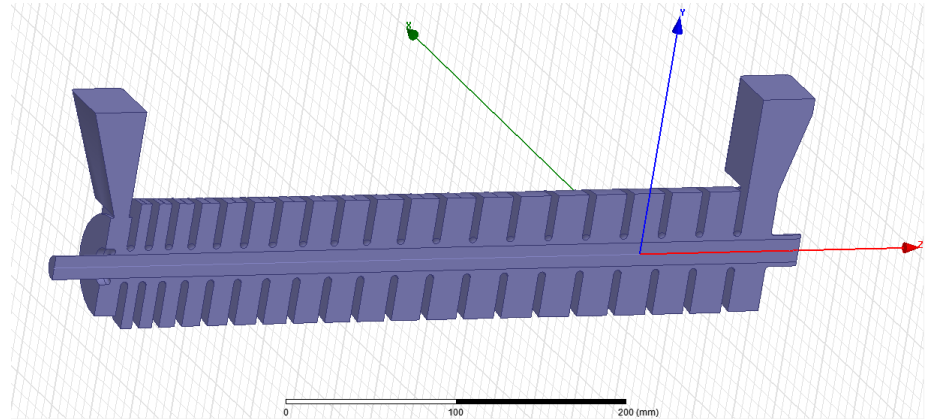
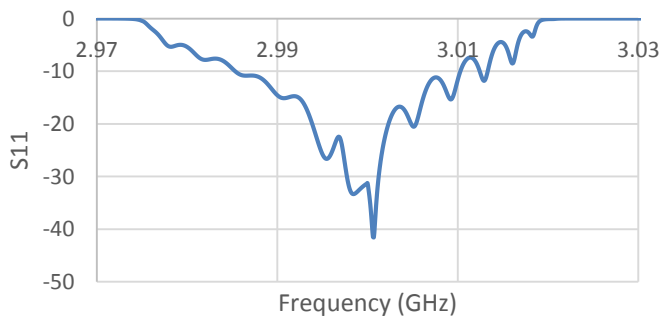
Electric field amplitude



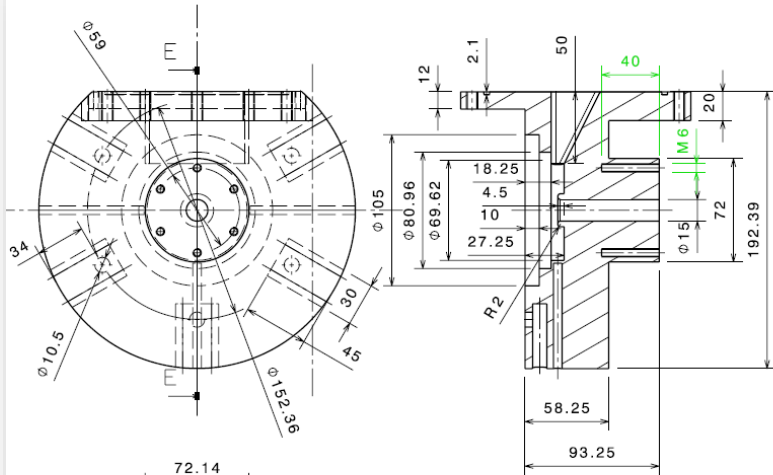
Phase Advance Between Middle Disks



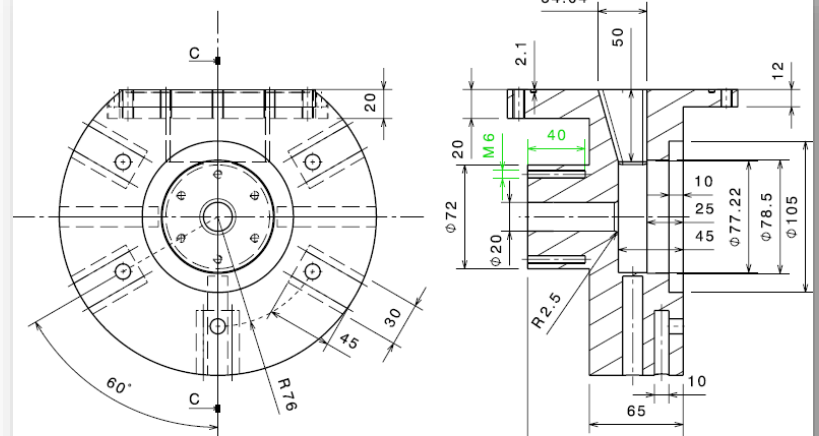
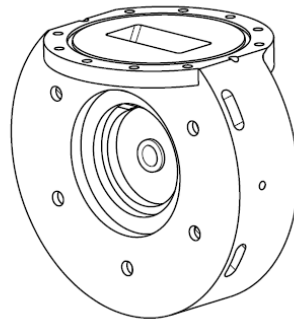
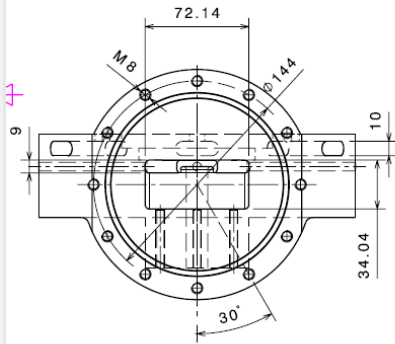
S11



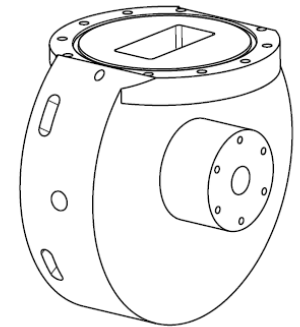
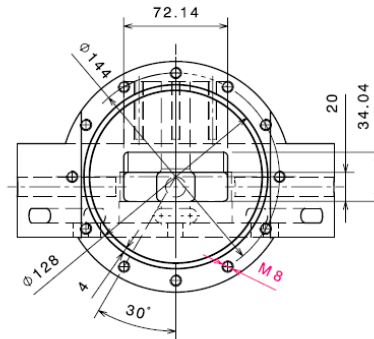
Coupler Design



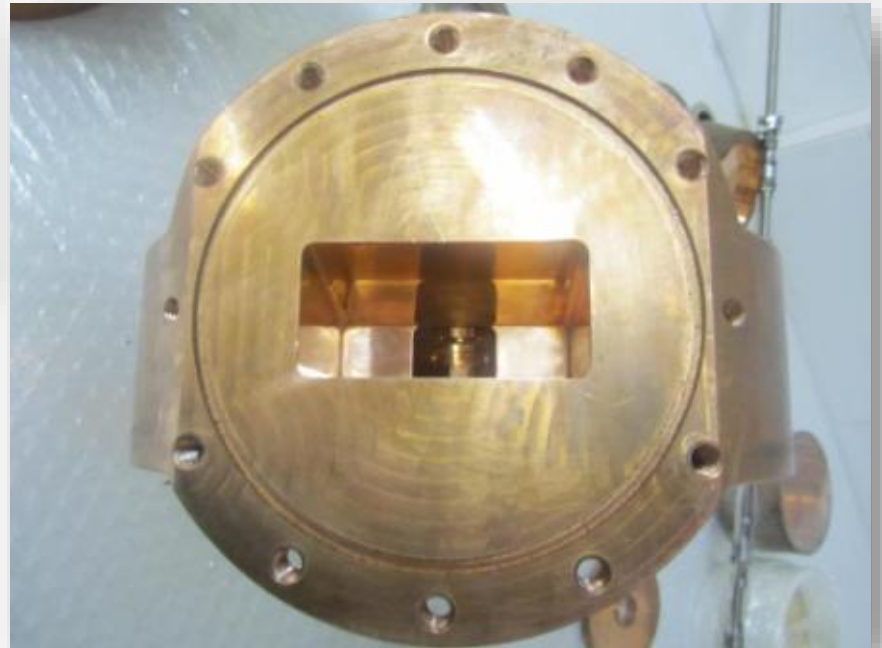
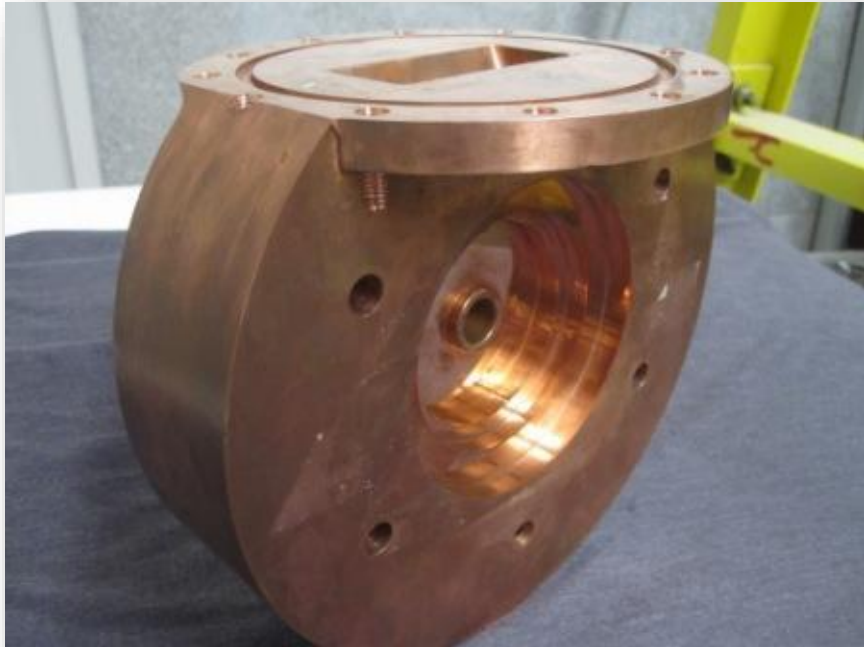
Section view E-E
Scale: 1:3



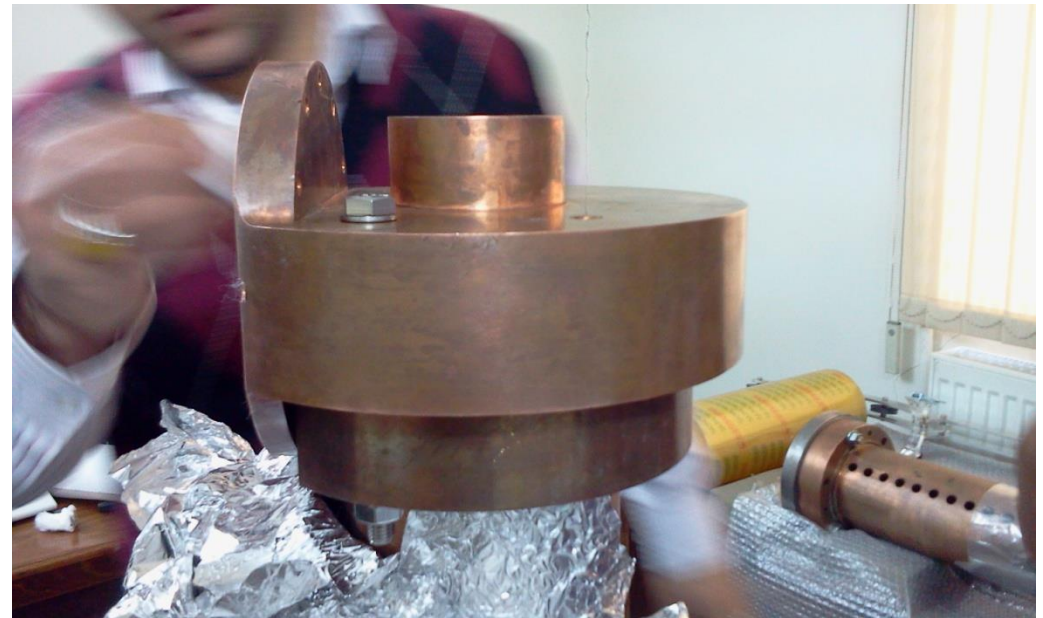
Section view C-C
Scale: 1:3



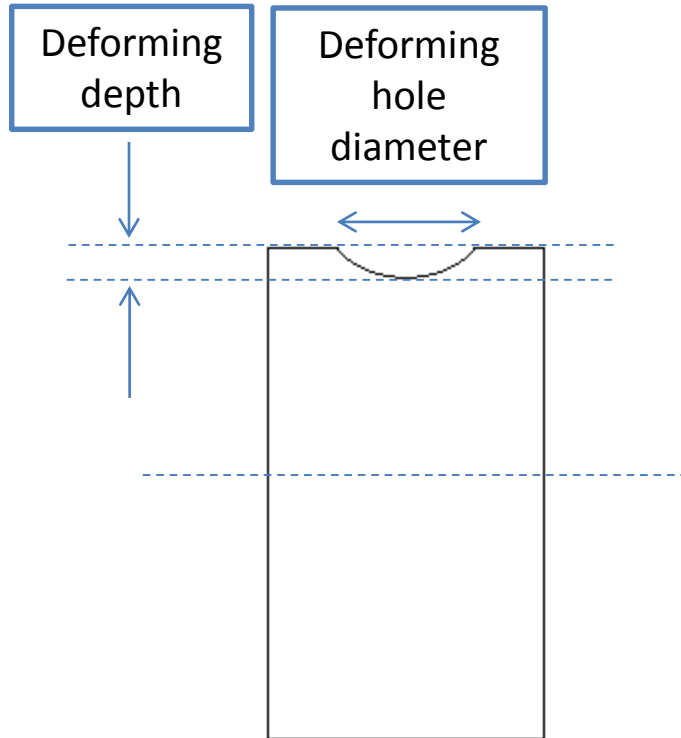
Coupler after Construction



Couplers attached to the Buncher and Tube



Tuning



$$\left\{ \begin{array}{l} f^2 = f_0^2 \left[1 + \frac{1}{2U} \int (\mu_0 H^2 - \epsilon_0 E^2) dV \right] \\ \int (\mu_0 H^2 - \epsilon_0 E^2) dV = \epsilon_0 E_0^2 J_1^2(x_{01}) \delta V \\ U = \frac{\pi}{2} J_1^2(x_{01}) (1 - \eta) db^2 \epsilon_0 E_0^2 = \epsilon_0 E_0^2 J_1^2(x_{01}) \frac{V}{2} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Slater's equation} \\ \Rightarrow \frac{\delta f}{f_0} = \frac{1}{2} \frac{\delta V}{V} \end{array}$$

This equation shows how resonant frequency of a cavity changes if we have a small stored energy perturbation. We can assume for small deformation on the outer wall the stored energy is decreased equal to energy stored in this volume before perturbation. δV is the volume of deforming.

This method, deforming, can be used for tuning the phase advance of each cell then the energy gain reduction can be avoided.

For deforming, one or more holes are drilled around each cell to reach close to inner surface of cell (about 2 mm). If we have 4 holes for each cell with 12 mm diameter, it just need a 1 mm deforming depth for 3 MHz frequency tuning.

References

- [1] E. L. Chu and W. W. Hansen, "The Theory of Disk Loaded Wave Guides", J. Appl. Physics, November 1947, Vol. 18, p. 996 -1008.
- [2] J. Gao, "Analytical Approach and Scaling Laws in the Design of Disk-Loaded Travelling Wave Accelerating Structures", Particle Accelerators, 1994, Vol. 43(4), p. 235-257.
- [3] S. Zheng et al., "A Quantitative Method of Coupler Cavity Tuning and Simulation", PAC01 Proceedings, June 2001, p. 981-983; <http://www.JACoW.org> .
- [4] D. Alesini et al., "Design of couplers for traveling wave RF structures using 3D electromagnetic codes in the frequency domain", Nucl. Instrum. Methods A, June 2007, 580 (2007), p. 1176-1183.
- [5] M. Chodorow et al., "Stanford High-Energy Linear Electron Accelerator(Mark III)", Rev. Sci. Instrum., February 1955, Vol. 26(2), p. 134-204.
- [6] G. A. Loew et al., "Computer Calculations of Travelling Wave Periodic Structure Properties", SLAC-PUB-2295, March 1979 (A).
- [7] J. Haimson, "Electron Bunching in Traveling Wave Linear Accelerators", Nucl. Instrum. Methods, January 1966, Vol. 39(1), p. 13-34.

Thanks for your attention