بیست و هفتمین کنفرانس بهاره فیزیک- IPM- ۱۳۹۹ (مجازی)

پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

(شبه)اسکالرها در AdS_4 از خمش غشاءهای M روی S^7، اینستنتون های جدید در CFT_3 های مرزی و دوگانی بوز– فرمی

محمد نقدی

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه ایلام

چکیده

برپایه ابرگرانش ۱۱- بعدی روی $AdS_4 \times CP^3 \ltimes S^1/Z_k$ و یک جواب آزمایشی برای ٤- فرم قدرت -میدان آن، از معادلات و اتحادهای مربوطه، معادله دیفرانسیل جزئی غیرخطی را برای یک (شبه)اسکالر در حجم AdS_4 اقلیدسی بدست میآوریم، که به سبب نشات گرفتن از غشاءهای - ام که حول جهت های فضای داخلی در زمینه پادغشاءهای M2 می پیچند، تمام ابرتقارنها و پاریته را می شکنند. با حل همزمان معادله اخیر با معادلات حاصل از صفر قراردادن مولفه های خارجی و داخلی تانسورهای انرژی- تکانه از معادلات اینشتین، معادلات حاصل بترتیب برای (شبه)اسکالرهای بی جرم و جفت شده همدیس ($m^2 = -2$) هستند. سپس، با حل دقیق معادله اخیر و بررسی رفتار نزدیک مرز جواب آن و استفاده از قواعد تناظر AdS_4/CFT_3 ، می بینیم که متناظر با تغیر شکل سه- ردی نظریه مرزی است؛ در ضمن، مقدار تصحیح غیرصفر و متناهی کنش ابرگرانشی برپایه جواب، ماهیت اینستنتونی آن را تایید می نماید. از آنجا که چنین مدی تمام ابرتقارن را می شکند و یک تکتایه از گروه ایزومتری $SU(4) \times U(1)$ نیز هست، برای تحقق آن، ما تبادلات بین نمایش های مختلف گروه مربوطه را انجام نموده و استدلال می نماییم که دوگانهای مرزی در بخش های تکتایه مدلهای برداری ۳- بعدی چرن- سایمون- ماده $U(N)$ و $O(N)$ هستند. کنش های موثر مرزی مربوطه، بترتیب متناظر با مدلهای بوزونی و فرمیونی عادی برای شرایط مرزی نیومن/ترکیبی و دیریکله هستند، که اولی پتانسیل موثر مرزی نامقید از زیر و در نتیجه ناپایداری بواسطه اینستنتون ها را در خود دارد که سبب تکینگی های نابودی بزرگ نیز می شوند؛ و جواب های دقیق مرزی $SO(4)$ - ناوردا نیز طبق قواعد تناظر حالت- عملگر، متناظر با جواب های حجمی هستند. بعلاوه، پس از نوشتن کنش نظریه بوزونی بحرانی، که از شار گروه بازبهنجارش نظریه بوزونی عادی که در UV است و با تغییرشکلی دو- ردی به IR می رود بدست می آید، اعتبار دوگانی بوز- فرمی بین نظریه بوزونی بحرانی و فرمیونی عادی را نیز تایید می‌نماییم.

مقدمه و جواب آزمایشی

در سالهای اخیر، موجودات جایگزیده مختلفی مانند اینستنتون، تک– قطبی و دیوار حوزه را در قالب تناظر AdS_4/CFT_3 مورد مطالعه قرار داده ایم؛ برای نمونه [1] و مراجع در آن را ببینید.

در اینجا [2] نیز در با درنظرگرفتن ۴– فرم آزمایشی زیر:

$$\frac{G_4}{(2R_{AdS})^4} = (3/8) f_1\, \mathcal{E}_4 - 2\, df_2 \wedge J \wedge e_7 + 8\, f_3\, J^2, \qquad (۱)$$

برای ابرگرانش ۱۱– بعدی روی $AdS_4 \times S^7/Z_k$ ، وقتیکه S^7/Z_k بعنوان یک دسته فیبری $U(1)$ با مختصه φ' (و فرم کیلر $J = d\omega$) روی CP^3 در نظر گرفته میشود، $e_7 = (d\varphi' + \omega)$ ، f_1, f_2, f_3 توابع اسکالر برحسب مختصات فضای خارجی اقلیدسی ($EAdS_4$)، $R = 2R_{AdS}$ شعاع انحنا و $\mathcal{E}_4$ ۴– فرم حجمی شعاع واحد آن است.

معادلات حرکت (با پس کنش)

از اتحاد بیانکی $dG_4 = 0$ و معادله حرکت $d *_{11} G_4 - (i/2) G_4 \wedge G_4 = 0$ ، بدست می آوریم:

$$f_3 = -(1/4) f_2 + c_2, \quad f_1 = i\, 32R\, f_3^2 - i\, c_3, \qquad (۲)$$

$$\Box_4 f_2 - M^2 f_2 + \delta\, f_2^2 - \lambda\, f_2^3 + F = 0, \qquad (۳)$$

که در آن $\Box_4$ لاپلاسین $EAdS_4$، $M^2 = (1 - 3\, C_3 + 288\, C_2^2)$ ، $\delta = 144\, C_2$ ، $\lambda = 24$ ، $F = 2(C_2 - 3\, C_2\, C_3 + 96\, C_2^3)$ با $R_{AdS} = 1$ ، $c_j = C_j/R\ (j = 1, 2, 3)$ با C_j ثابت و از حالا به بعد $f_2 \equiv f$ ؛ و نیز، توجه شود که زمینه skew-whiffed ABJM از رابطه (۲) با $c_3 = 1$ محقق میشود.

از طرفی دیگر، از صفر قراردادن تانسورهای انرژی تکانه برای مولفه های خارجی و داخلی معادلات اینشتین (چراکه برای داشتن موجودات توپولوژیک، پس کنش یا اثر برگشتی باید صفر باشد) بترتیب داریم:

$$\Box_4 f + \frac{1}{2}\left(-M^2 f + \delta\, f^2 - \lambda\, f^3 + F\right) = 0, \qquad (٤)$$

$$\Box_4 f + \frac{3}{4}\left(-M^2 f \pm \delta\, f^2 - \lambda\, f^3 \pm F\right) - \left(-\frac{2}{R^2} f \pm \frac{8\, C_2}{R^3}\right) = 0 \qquad (٥)$$

جواب های معادلات حرکت با پس کنش

و بنابراین، حل همزمان معادلات (٤) و (۳) یک جواب ثابت بدیهی و یا جواب زیر (با متریک پوانکاره $ds^2_{EAdS_4} = R^2_{AdS}\, (du^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2)/u^2$)، متناظر با عملگر حاشیه ای دقیق مرزی با بعد $\Delta_+ = 3$ ، را می دهد:

$$\Box_4\, f = 0 \Rightarrow f(u, \vec{u}) = C_4 + \frac{C_5\, u^3}{[u^2 + (\vec{u} - \vec{u}_0)^2]^3}. \qquad (٦)$$

به همین ترتیب، حل همزمان معادلات (٥) و (۳)، معادله و جواب دقیق زیر، برای (شبه)اسکالر جفت شده همدیس $m^2 R^2_{AdS} = -2$ ، متناظر با عملگر مربوط مرزی با ابعاد برهنه $\Delta_\mp = 1, 2$ ، را می دهد:

$$\Box_4\, f - \frac{4}{R^2}(-2\, f + 8\, c_2) = 0$$
$$\Rightarrow f(u, \vec{u}) = \frac{4\, C_2}{R} + \frac{2\, b_0}{R}\, \frac{u}{[(u + a_0)^2 + (\vec{u} - \vec{u}_0)^2]}, \qquad (۷)$$

که $\vec{u} = (x, y, z)$ و $\vec{u}_0 = (b_1, b_2, b_3)$ با a_0 و b_j ها بعنوان مدول های جواب، که بترتیب مشخص کننده اندازه و مکان اینستنتون روی مرز هستند.

(ادامه) جواب های معادلات حرکت با پس کنش

سپس، با توجه به $f(u \to 0, \vec{u}) \approx \alpha(\vec{u})\, u^{\Delta_-} + \beta(\vec{u})\, u^{\Delta_+}$ برای (۷) داریم:

$$\alpha(\vec{u}) = \frac{2}{R}\, \frac{b_0}{[a_0^2 + (\vec{u} - \vec{u}_0)^2]}, \quad \beta(\vec{u}) = -\frac{2}{R}\, \frac{2\, b_0\, a_0}{[a_0^2 + (\vec{u} - \vec{u}_0)^2]^2}$$
$$\Rightarrow \beta = -\frac{2\, a_0}{b_0}\, \alpha^2; \qquad (۸)$$

که خواهیم دید متناظر با تغییر شکل سه- ردی نظریه میدان ۳- بعدی مرزی است. بعلاوه، مقدار تصحیح کنش ابرگرانشی، برپایه جواب (۸)، در واحد حجم ۷- بعدی داخلی- که متناهی است- می شود:

$$\tilde{S}_{11}^{corr.} \approx \frac{1}{5}\, \frac{b_0^2}{a_0^2} \left(\frac{3\, k^3}{\pi^6\, R^5}\right)^{\frac{1}{2}}; \qquad (۹)$$

با این توجه که اینستنتون در مبداء ($\vec{u}_0 = 0$) یک سه- کره با شعاع $r = |\vec{u}|$ در بینهایت (S^3_∞)، می نشیند.

تقارن های حجمی و مرزی

از طرفی دیگر، برای پرداختن به جوابهای مرزی، توجه داریم که جواب آزمایشی (۱) و نیز (۸)، تکتایه $SU(4) \times U(1)$ هستند و غشاءهای M خمیده حول فضای داخلی در زمینه پادغشاءهای M2، نیز سبب شکستن تمام ابرتقارن ($\mathcal{N} = 8 \to 0$) و پاریته می شوند و لذا گروه پیمانه ای ضربی مدل ABJM را می توان، در اثر اضافه نمودن یک غشاء، بصورت $U(N+1)_k \times U(N)_{-k}$ نوشت و سپس در حد $k \to \infty$ ، تنها قسمت $U(1)$ باقی می ماند که آنرا مربوطه به A_i^+ از $A_i^\pm \equiv (A_i \pm \hat{A}_i)$ می- گیریم با $A_i^- = 0$ که بعنوان تقارن باریونی عمل می کند و (شبه)اسکالرهای ما نسبت به آن خنثی هستند. برای تحقق شکست ابرتقارن و عملگرهای تکتایه مرزی نیز از تبادل سه نمایش $SO(8) \to SU(4) \times U(1)$ برای گراویتینو که بصورت $8_s = 1_{-2} \oplus 1_2 \oplus 6_0,\ 8_c = 4_{-1} \oplus 4_1,\ 8_v = 4_{-1} \oplus 4_1$ هستند، بطریقی که در [2] توضیح داده شده است، استفاده می نماییم.

جواب های در نظریه های میدان مرزی ۳– بعدی

عبارت های کلی برای کنش های موثر مرزی متناظر با شرایط مرزی نیومن یا ترکیبی و دیریکله برای (شبه)اسکالر جفت شده همدیس حجمی در زمینه ثابت هندسی AdS_4 ، از روش هامیلتونین- ژاکوبی در [3] بدست آمده است، که با شرط مرزی اول/نیومن، ما آنرا در قالب مدل بوزونی عادی (RB) بصورت زیر می نویسیم:

$$S_{RB} = S^+_{CS} + \int d^3\vec{u}\, \left[\frac{1}{2}(\partial_i \varphi)^2 + \frac{1}{2} m_b^2\, \varphi^2 - \frac{\lambda_6}{6}\, (\varphi^2)^3\right], \qquad (۱۰)$$

با $g_6 \equiv -\lambda_6$ ، $\lambda_6 > 0$ و $m_b^2 = 3/(4R_0^2)$ با $R_0 \to \infty$ برای S^3_∞ ؛ و

$$\mathcal{L}^+_{CS} = \frac{ik}{4\pi}\, \varepsilon^{kij}\, tr\left(A_i^+ \partial_j A_k^+ + \frac{2i}{3} A_i^+ A_j^+ A_k^+\right). \qquad (۱۱)$$

در این راه، توجه داریم که پتانسیل موثر هولوگرافیک $V_{eff.}(\alpha) = \frac{1}{3}(\hat{h}_0 - \hat{h})\alpha^3$ با $\alpha = \langle \mathcal{O}_1^+ \rangle \sim tr(y\bar{y}) \sim \varphi^2$ (که در آن اسکالر تکتایه مرزی $y = \varphi\, I_N$ ، φ تابع اسکالر و I_N ماتریس واحد است)، برای $\hat{h} > \hat{h}_0$ (یا $g_6 > g_6^c$) با تعریف $g_6^c = 2\, \hat{h}_0$ و ($g_6 = 2\, \hat{h}$) از زیرنامقید است و لذا پیکربندی های مرزی در یک زمان متناهی به سبب خانواده نامتناهی از اینستنتون ها روی S^3 واپاشیده می شوند؛ در نتیجه، جواب و مقدار کنش اینستنتونی مربوطه از (۱۰) می شوند:

$$\varphi = \left(\frac{3}{\lambda_6}\right)^{1/4} \left[\frac{a}{a^2 + (\vec{u} - \vec{u}_0)^2}\right]^{1/2}, \quad \tilde{S}^{c.}_{RB} = \sqrt{\frac{3}{\lambda_6}\, \frac{\pi^2}{4}}, \qquad (۱۲)$$

که متناظر با جواب حجمی (۸) طبق $\alpha = \varphi^2$ با $a = a_0$ و $b_0 = a\, (3/\lambda_6)^{1/2}$ است.

چنین جوابهای $SO(4)$- ناوردای اقلیدسی، سرشت bounce دارند و می توان آنها را حباب های فوبینی (Fubini bubbles) یا حباب های خلاء صحیح، که درون حبابهای خلاء کاذب تشکیل می شوند، نیز درنظر گرفت که درآنصورت، چهار تقارن شکسته شده از $SO(4,1)$ برای انبساط و انتقال حباب به اطراف در حجم ٤- بعدی عمل می کنند [4]. بعلاوه، توجه داریم که جواب (۱۲) با جواب مد بی جرم حجمی (٦) در نزدیک مرز، نیز طبق $\langle \mathcal{O}_1^3 \rangle \sim tr(y\bar{y})^3 \sim \alpha^3$ منطبق می شود.

(ادامه)جواب های در نظریه های میدان مرزی ۳– بعدی

کنش مرزی با شرط مرزی دیریکله را نیز در قالب مدل فرمیونی عادی (RF) می نویسیم:

$$S_{RF} = S^+_{CS} + \int d^3\vec{u}\, \left[tr(\bar{\psi}\, \gamma^i \partial_i \psi) + m_f\, tr(\psi\bar{\psi})\right], \qquad (۱۳)$$

که در آن فرمیون تکتایه مرزی را بصورت $\psi^a_{\hat{a}} = \delta^a_{\hat{a}}\, \psi$ و ماتریس های گامای اقلیدسی $\vec{\gamma} = (\sigma_2, \sigma_1, \sigma_3)$ با $\sigma_i^\dagger = \sigma_i$ هستند. جواب و مقدار کنش اینستنتونی مربوطه (با χ بعنوان اسپینور ثابت بی بعد با $\chi^\dagger \chi = 1$) نیز می شوند (با $\varsigma = 1$):

$$\psi = \tilde{b}\, \frac{[\tilde{a} + i(\vec{u} - \vec{u}_0).\vec{\gamma}]^\varsigma}{[\tilde{a}^2 + (\vec{u} - \vec{u}_0)^2]^{3/2}}\, \chi, \quad \tilde{S}^{c.}_{mRF} = \frac{27\, \pi^2}{2}; \qquad (١٤)$$

و بعنوان تست اولیه ای از تناظر، عبارت $\langle \mathcal{O}_2^- \rangle_\alpha \sim tr(\psi\bar{\psi}) = \tilde{b}^2/([\tilde{a}^2 + (\vec{u} - \vec{u}_0)^2]^2) \sim \beta(\vec{u})$ را داریم که با (۸) منطبق است با $a_0 = \tilde{a}$ و $b_0 = \tilde{b} = a_0$.

همچنین، شارگروه بازبهنجارش از نظریه مرزی در ماوراء بنفش (UV) (که نظریه RB آنجاست) به مادون قرمز (IR) را داریم، که البته نظریه اخیر بعنوان تغییر شکلی دو- ردی ($\langle \mathcal{O}_1^2 \rangle \sim tr(y\bar{y})^2$) از نظریه قبلی درنظر گرفته می شود و نظریه بوزونی بحرانی (CB) نامیده می شود با کنش:

$$S_{CB} = S^+_{CS} + \int d^3\vec{u}\, \left[\frac{1}{2}(\partial_i \varphi)^2 + \frac{1}{2} m_b^2\, \varphi^2 - \frac{\lambda_4}{4}(\varphi^2)^2\right]; \qquad (١٥)$$

که از میان جواب های اختلالی آن، می توان جواب ساده زیر را، که تناظر را با $a_0 = 0$ در α از (۸) نیز تصدیق می نماید، نوشت:

$$\varphi = \frac{\tilde{c}}{r} \Rightarrow \langle \mathcal{O}_2^+ \rangle_\beta \sim tr(y\bar{y})^2 \sim \alpha^2 \sim \frac{1}{r^4}, \qquad (١٦)$$

بعنوان نکته آخر، در اینجا برای نمونه به تایید دوگانی بوز- فرمی (BF duality) – برای نمونه [5] را ببینید- جوابها و تناظر برای مدلهای RF و CB نگاه می کنیم که برای جواب فرمیونی عادی بی جرم (که با $\varsigma = 2$ و $\tilde{a} = 0$ از (١٤) محقق می شود) و جواب بوزونی بحرانی (١٦)، دوگانی BF دقیق $\varphi \leftrightarrow \psi$ با $\tilde{a} = 0$ و $\tilde{b} = \tilde{c}$ و بصورت زیر محقق می شود: $tr(y\bar{y}) \sim tr(\psi\bar{\psi}) \sim \frac{\tilde{b}^2}{r^2}$. (۱۷)

نتیجه گیری

در ابرگرانش ۱۱– بعدی، با شامل نمودن اثرات پس کنش، جواب های دقیق جایگزیده شکننده ابرتقارن و $SO(4)$ ناوردای جدیدی را برای (شبه)اسکالرهای بی جرم و جفت شده همدیس در فضای AdS_4 اقلیدسی یافتیم که در مورد اخیر، متناظر با تغییرشکل سه–ردی و پتانسیلی نامقید از زیر و سبب ناپایداری بواسطه اینستنتون منجر به تکینگی نابودی بزرگ می شود. سپس، با تحلیل های نزدیک مرز از تناظر AdS_4/CFT_3 و ارائه کنش های موثر مرزی در قالب مدل های بوزونی و فرمیونی عادی و بحرانی، اینستنتون های جدید را در آنها یافتیم و ضمن ارائه تفسیرهای فیزیکی، دوگانی بوز– فرمی را برای جواب های بدست آمده نیز تایید نمودیم.

مراجع

[1] **M. Naghdi**, *Fortschr. Phys.* **67**, 1800044 (2018), [arXiv: 1708.02530 [hep-th]].
[2] **M. Naghdi**, [arXiv: 2002.06547 [hep-th]].
[3] **I. Papadimitriou**, *JHEP* 0705, **075** (2007), [arXiv: hep-th/0703152].
[4] **J. L. F. Barbon** and **E. Rabinovici**, *JHEP* 1104, **044** (2011), [arXiv: 1302.5534 [hep-th]].
[5] **O. Aharony**, **S. Jain** and **Sh. Minwalla**, *JHEP* 1812, **058** (2018), [arXiv: 1808.03317 [hep-th]].

27th Spring Physics Conference
Institute for Research in Fundamental Sciences (IPM)
June 24-25, 2020 (4-5 Tir 1399).

Hope You Enjoy!

E-Mail: m.naghdi@ilam.ac.ir