Institute for Research in Fundamental Sciences

مقاله نامه ی بیست و هفتمین کنفرانس بهاره فیزیک – ۴ و ۵ تیرماه ۱۳۹۹

شماره (۱۵)

بررسی پارامترهای گذار فاز کوانتومی از حالت ابرشاره به نارسانای مات در یک شبکه مغناطیسی دایمی دو بعدی

پروین کریمی[۱]، سعید قنبری[۲]

[۱]گروه فیزیک، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

[۲]زنجان، دانشگاه زنجان، دانشکده علوم، گروه فیزیک

چکیده– *در این مقاله، پارامترهای گذار فاز کوانتومی از حالت ابرشاره به نارسانای مات برای اتم‌های روبیدیم در میکروتله‌های سه‌بعدی یک شبکه مغناطیسی دایمی دوبعدی تشکیل شده از بره‌های مربعی مورد بررسی قرار می‌گیرد. با در نظر گرفتن میدان‌های مغناطیسی خارجی در سه راستا و عبارت‌های تحلیلی برای بسامدهای تله، برهم‌کنش درون سایتی U و عنصر ماتریسی تونل‌زنی J در تقریب تابع موج نوسانگر هماهنگ ساده محاسبه می‌شود. همچنین، مقادیر J/U بر حسب میدانهای مغناطیسی خارجی بررسی می‌شود.*

شبکه‌های اپتیکی [۱] و مغناطیسی [۲] آرایه‌های متناوبی هستند که برای به‌دام‌اندازی و کنترل اتمهای فراسرد به‌کار می‌روند. شبکه‌های مغناطیسی دایمی دوبعدی، آرایه‌هایی از میکروتله‌های سه‌بعدی هستند که با استفاده از آهنرباهای دایمی و میدان‌های خارجی، چاه‌های پتانسیل عمیق‌تر، پایدارتر و با فرکانس بیشتری نسبت به شبکه‌های اپتیکی ایجاد می‌کنند [۳]. این شبکه‌ها را می‌توان با استفاده از فیلم‌های اپتیکی- مغناطیسی با کیفیت بالای $Tb_6Gd_{10}Fe_{80}Co_4$ ساخت، که نیازی به تنظیم لیزر نیست و افت وخیزهای ناشی از آن، که اغلب در شبکه‌های اپتیکی به وجود می‌آید، ایجاد نمی‌شود [۴]. گذار فاز کوانتومی، بر اساس مدل بوز- هابارد بین دو فاز ابرشاره و نارسانای مات صورت می‌گیرد [۵]. هدف از این مقاله، بررسی رفتار اتمهای فراسرد روبیدیم درفازهای ابرشاره و نارسانای مات با استفاده از روش تقریبی تابع موج حالت پایه‌ی نوسانگر هماهنگ ساده در یک آرایه نامتناهی از بره‌های مغناطیسی مربعی در راستاهای x و y و تحت میدان‌های خارجی B_{1x}، B_{1y} و B_{1z} است. دو پارامتر عنصر ماتریسی تونل‌زنی J و برهم‌کنش درون سایتی U که در هامیلتونی بوز- هابارد تعریف می‌شوند، با استفاده از این روش به‌طور تحلیلی به‌دست می‌آیند و نسبت J/U، به عنوان مشخصه گذار فاز کوانتومی از حالت ابرشاره به نارسانای مات، مورد بررسی قرار می‌گیرد. این روش در مطالعات قبلی برای یک شبکه مغناطیسی دو بعدی متفاوت و تحت میدان‌های خارجی در راستاهای x و y بررسی شده است [۶].

شبکه مغناطیسی دایمی مربعی وپارامترهای گذار فاز کوانتومی

شبکه مغناطیسی دایمی مربعی، از بره‌های آهنربایی تشکیل شده است که تحت میدان‌های خارجی B_{1x}، B_{1y} و B_{1z} میکروتله‌هایی سه‌بعدی تشکیل می‌دهد. با مولفه‌های میدان‌های مغناطیسی معرفی شده در مرجع [۴]، میکروتله‌های مغناطیسی مرکزی دارای مختصاتی هستند که از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آیند:

$$x_{\min} = \frac{a}{2\pi}\cot^{-1}\left(\frac{2B_{1z}}{B_{1x}-B_{1y}}\right), y_{\min} = \frac{a}{2\pi}(\pi - kx_{\min}), z_{\min} = \frac{a}{2\pi}\ln\left[-\frac{2B_{01}\left|B_{1x}-B_{1y}\right|}{(B_{1x}+B_{1y})((B_{1x}-B_{1y})^2+4B_{1z}{}^2)^{1/2}}\right]. \quad (۱)$$

که a دوره تناوب و $k=\dfrac{2\pi}{a}$ است. همچنین، $B_{01}=\dfrac{B_0}{2}[\exp(kt)-1]$ ، t ضخامت، $B_0=4M_z$ و M_z مغناطش برەهاست که عمود بر سطح است. اندازهٔ میدان مغناطیسی در محل مختصات کمینهٔ مرکزی با رابطهٔ $B_{\min}=\left[\dfrac{(B_{1x}-B_{1y})^2}{2}+B_{1z}{}^2\right]^{1/2}$ تعریف می‌شود. خمیدگی میدان مغناطیسی در راستاهای x، y و z، که مشتق-های مرتبهٔ دوم میدان مغناطیسی هستند، در $\vec{r}_{\min}=(x_{\min},y_{\min},z_{\min})$ از معادلات (۲) تا (۴) به‌دست می‌آیند:

$$\left.\frac{\partial^2 B}{\partial x^2}\right|_{\vec{r}_{\min}}=\frac{k^2}{[(B_{1x}-B_{1y})^2/2+B_{1z}{}^2]^{1/2}}\left[\frac{B_{1x}}{2}(B_{1x}+B_{1y})+B_{1z}{}^2\left(\frac{B_{1x}+B_{1y}}{B_{1x}-B_{1y}}\right)+B_{1z}^2\left(\frac{B_{1x}+B_{1y}}{B_{1x}-B_{1y}}\right)^2\right], \quad (۲)$$

$$\left.\frac{\partial^2 B}{\partial y^2}\right|_{\vec{r}_{\min}}=\frac{k^2}{[(B_{1x}-B_{1y})^2/2+B_{1z}{}^2]^{1/2}}\left[\frac{B_{1y}}{2}(B_{1x}+B_{1y})-B_{1z}{}^2\left(\frac{B_{1x}+B_{1y}}{B_{1x}-B_{1y}}\right)+B_{1z}^2\left(\frac{B_{1x}+B_{1y}}{B_{1x}-B_{1y}}\right)^2\right], \quad (۳)$$

$$\left.\frac{\partial^2 B}{\partial z^2}\right|_{\vec{r}_{\min}}=\frac{k^2(B_{1x}+B_{1y})^2}{2[(B_{1x}-B_{1y})^2/2+B_{1z}{}^2]^{1/2}}. \quad (۴)$$

که بسامدهای تله را می‌توان با معادله $\omega_i=\left(\dfrac{m_F g_F\mu_B}{m}\dfrac{\partial^2 B}{\partial x_i{}^2}\right)^{1/2}$ با $i=x,y,z$ تعریف کرد. در اینجا μ_B،g_F،m_F و m به ترتیب مگنتون بوهر، ضریب لانده، عدد کوانتومی مغناطیسی تراز فوق ریز F و جرم اتم هستند. در این مطالعه، پارامترهای فیزیکی برای اتم ربیدیم ^{87}Rb و برای تراز $|F=2,\ m_F=2\rangle$ محاسبه می‌شوند. گذار فاز کوانتومی، گذار بین دو فاز ابرشاره با توزیع غیریکنواخت اتم‌های فراسرد بوزونی در چاه‌های پتانسیل و نارسانای مات با توزیع یکنواخت است، که از مدل بوز- هابارد با هامیلتونی زیر به‌دست می‌آید [۵]،

$$\hat{H}=-J\sum_{<i,j>}^{M}\hat{a}_i^\dagger\hat{a}_j+\frac{U}{2}\sum_{i=1}^{M}\hat{n}_i(\hat{n}_i-1)+\sum_{i=1}^{M}\varepsilon_i\hat{n}_i. \quad (۵)$$

در این معادله $\hat{a}^\dagger$ و $\hat{a}$ عملگرهای خلق و فنا، $<i,j>$ نزدیکترین همسایه‌ها و $\hat{n}_i=\hat{a}_i^\dagger\hat{a}_j$ تعداد ذرات را نشان می-دهند. ε_i انرژی جبران کننده هر سایت است، که در اینجا به دلیل نبودن یک پتانسیل اضافه، علاوه بر یک پتانسیل شبکهٔ مغناطیسی، درنظر گرفته نمی‌شود. عنصر ماتریسی J به عنوان المان تونل‌زنی بین دو سایت مجاور i وj و برهم-کنش درون سایتی U که بر اساس توابع وانیه [۵] درون هر سایت تعریف می‌شوند، عبارتند از :

$$J=-\int d^3x w^*(\vec{x}-\vec{x}_i)[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+V_0(\vec{x})]w(\vec{x}-\vec{x}_j). \quad (۶)$$

$$U=g\int d^3x|w(\vec{x})|^4\ , \qquad g=\frac{4\pi a_s\hbar^2}{m}. \quad (۷)$$

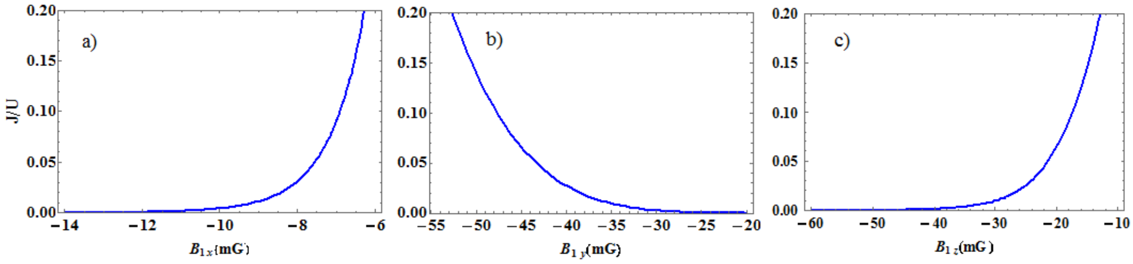
که در اینجا a_s طول پراکندگی موج s است. با در نظر گرفتن روش تقریبی نوسانگر هماهنگ ساده [۶] که در آن توابع وانیه با تابع موج حالت پایه نوسانگر هماهنگ ساده برای یک ذره تقریب زده می‌شوند، عنصر ماتریسی J و برهم-کنش درون سایتی U به‌طور تحلیلی محاسبه می‌شوند. تابع موج حالت پایه و پتانسیل نوسانگر هماهنگ با معادلات زیر معرفی می‌شوند که ω_x، ω_y، ω_z بسامدهای تله هستند.

$$\psi(\vec{x})=(\frac{m}{\pi\hbar})^{\frac{3}{4}}(\omega_x\omega_y\omega_z)^{\frac{1}{4}}e^{-m(\omega_x x^2+\omega_y y^2+\omega_z z^2)/2\hbar}\ , \qquad U_m(\vec{x})=\frac{1}{2}m(\omega_x^2x^2+\omega_y^2y^2+\omega_z^2z^2). \quad (۸)$$

رابطه‌های تحلیلی عنصر ماتریسی تونل‌زنی J و پارامتر U با معادله (۹) معرفی می‌شوند:

$$J=-\frac{\hbar}{2}(\omega_x(1+x_ix_j)+\omega_y(1+y_iy_j)+\omega_z(1+z_iz_j))e^{\frac{-((x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2+(z_i-z_j)^2)}{4}},\quad U=a_s(\frac{2m\hbar\omega_x\omega_y\omega_z}{\pi})^{1/2}. \quad (۹)$$

که (x_i,y_i,z_i) و (x_j,y_j,z_j) مختصات نقاط کمینه در دو تله مجاور هم هستند. اگر $J>>U$ باشد، سامانه‌ی بوزونی در فاز ابرشاره و اگر $J<<U$ باشد، در فاز نارسانای مات است. در شکل ۱ نمودارهای J/U بر اساس معادلات (۹)، نسبت به تغییر یکی از مؤلفه‌های میدان‌های مغناطیسی خارجی رسم شده‌اند. نقطه بحرانی برای گذار فاز کوانتومی دارای مقدار $J/U \approx 0.06$ است [۶]. از بررسی این نمودارها مشخص است که با کاهش مقدار B_{1x} و B_{1z} نسبت J/U زیاد ولی با کاهش اندازهٔ B_{1y} این نسبت کم می‌شود.



شکل۱: تغییرات J/U بر حسب تغییرات یکی مؤلفه‌های میدان مغناطیسی خارجی با فرض ثابت بودن دو مؤلفهٔ دیگر میدان مغناطیسی.

در نمودار (a-۱ با انتخاب اندازهٔ میدان‌های مغناطیسی خارجی $B_{1y}=-100mG$ و $B_{1z}=-1mG$ در میدان مغناطیسی $B_{1x}=-7.35mG$ اندازه‌ی $J/U \approx 0.06$ است و سامانهٔ اتمی در حالت بحرانی است. در شکل (b-۱ با انتخاب مؤلفه-های میدان مغناطیسی $B_{1x}=-1mG$ و $B_{1z}=-100mG$ در $B_{1y}=-44.50mG$ و در نمودار (c-۱ با فرض مقدارهای $B_{1x}=-5mG$ و $B_{1y}=-60mG$ در $B_{1z}=-20.30mG$ اندازهٔ $J/U \approx 0.06$ است.

نتیجه گیری

در این مقاله، روابط پارامترهای مهم J و U در بررسی گذار فاز کوانتومی به روش تقریبی تابع موج نوسانگر هماهنگ به‌طور تحلیلی به‌دست آمدند و نسبت بحرانی J/U در یک شبکه مغناطیسی دایمی دو بعدی برای نشان دادن مرز حالت ابر شاره و نارسانای مات بر حسب تغییرات میدان مغناطیسی خارجی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که با کاهش مولفه‌های B_{1x} و B_{1z} این نسبت زیاد و ارتفاع تله کم می‌شود و این روند در مورد B_{1y} برعکس است. همچنین در دسترس بودن مقدار بحرانی $J/U \approx 0.06$ در این شبکهٔ مغناطیسی اثبات شد.

مراجع

[1] I. Bloch, Ultracold Quantum Gases in Optical Lattices, *Nature Physics*, **1**:23–30, 2005.

[2] J. Fortágh and C. Zimmermann, Magnetic Microtraps for Ultracold Atoms, *Rev. Mod. Phys*. **79**, 2007.

[3] S. Ghanbari, T.D. Kieu, A. Sidorov, P. Hannaford, Permanent Magnetic Lattices for Ultracold Atoms and Quantum degenerate gases, *J. Phys. B At. Mol. Opt. Phys*. **39**, 847–860 2006.

[4] P. Karimi, S. Ghanbari, Analytic Expressions for a 2D Permanent Magnetic Lattice with a 3D Bias Magnetic Field for Ultracold Atoms, *J.Low Temp. Phys*, **192**, 212-223, 2018.

[5] M.P.A. Fisher, P.B. Weichman, G. Grinstein, and D.S. Fisher, Boson localization and the superfluid-insulator transition, *Phys. Rev. B*, **40**(1):546–570, 1989.

[6] S. Ghanbari, P.B. Blakie P. Hannaford, and, T.D. Kieu, Superfluid to Mott Insulator Quantum Phase Transition in a 2D Permanent Magnetic Lattice, *Eur. Phys. J. B*, **70**, 305–310, 2009.