Institute for Research in Fundamental Sciences

مقاله نامه ی بیست و هفتمین کنفرانس بهاره فیزیک – ۴ و ۵ تیرماه ۱۳۹۹

شماره (۱۹)

(شبه)اسکالرها در $\mathbf{AdS_4}$ از خمش غشاءهای M روی $\mathbf{S^7}$ ، اینستنتون‌های جدید در $\mathbf{CFT_3}$ های مرزی و دوگانی بوز- فرمی

محمد نقدی

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه ایلام

چکیده

برپایه ابرگرانش ۱۱- بعدی روی $AdS_4 \times CP^3 \ltimes S^1/Z_k$ و یک جواب آزمایشی برای ۴- فرم قدرت-میدان آن، از معادلات و اتحادهای مربوطه، معادله دیفرانسیل جزئی غیرخطی را برای یک (شبه)اسکالر در حجم AdS_4 اقلیدسی بدست می‌آوریم، که به سبب نشات گرفتن از غشاءهای- ام که حول جهت‌های فضای داخلی در زمینه پادغشاءهای M2 می‌پیچند، تمام ابرتقارنها و پاریته را می‌شکنند. با حل همزمان معادله اخیر با معادلات حاصل از صفر قراردادن مولفه‌های خارجی و داخلی تانسورهای انرژی- تکانه از معادلات اینشتین، معادلات حاصل بترتیب برای (شبه)اسکالرهای بی جرم و جفت شده همدیس ($m^2 = -2$) هستند. سپس، با حل دقیق معادله اخیر و بررسی رفتار نزدیک مرز جواب آن و استفاده از قواعد تناظر AdS_4/CFT_3 ، می‌بینیم که متناظر با تغیر شکل سه- ردی نظریه مرزی است؛ در ضمن، مقدار تصحیح غیرصفر و متناهی کنش ابرگرانشی برپایه جواب، ماهیت اینستنتونی آن را تایید می‌نماید. از آنجا که چنین مدی تمام ابرتقارن را می‌شکنند و یک تکتایه از گروه ایزومتری $SU(4) \times U(1)$ نیز هست، برای تحقق آن، ما تبادلات بین نمایشهای مختلف گروه مربوطه را انجام نموده و استدلال می‌نماییم که دوگانهای مرزی در بخش‌های تکتایه مدلهای برداری ۳- بعدی چرن- سایمون- ماده $U(N)$ و $O(N)$ هستند. کنش‌های موثر مرزی مربوطه، بترتیب متناظر با مدلهای بوزونی و فرمیونی عادی برای شرایط مرزی نیومن/ترکیبی و دیریکله هستند، که اولی پتانسیل موثر مرزی نامقید از زیر و در نتیجه ناپایداری بواسطه اینستنتون‌ها را در خود دارد که سبب تکینگی‌های نابودی بزرگ نیز می‌شوند؛ و جوابهای دقیق مرزی $SO(4)$ - ناوردا نیز طبق قواعد تناظر حالت- عملگر، متناظر با جواب‌های حجمی هستند. بعلاوه، پس از نوشتن کنش نظریه بوزونی بحرانی، که از شار گروه بازبهنجارش نظریه بوزونی عادی که در UV است و با تغییرشکلی دو- ردی به IR می رود بدست می‌آید، اعتبار دوگانی بوز- فرمی بین نظریه بوزونی بحرانی و فرمیونی عادی را نیز تایید می‌نماییم.

در سالهای اخیر، موجودات جایگزیده مختلفی مانند اینستنتون، تک- قطبی و دیوار- حوزه را در قالب تناظر AdS_4/CFT_3 مورد مطالعه قرار داده ایم- برای نمونه [1] و مراجع در آن را ببینید. در اینجا [2] نیز در با درنظرگرفتن ۴- فرم آزمایشی زیر:

$$G_4/(2R_{AdS})^4 = (3/8)f_1\, \mathcal{E}_4 - 2\, df_2 \wedge J \wedge e_7 + 8\, f_3\, J^2, \qquad (۱)$$

برای ابرگرانش ۱۱- بعدی روی $AdS_4 \times S^7/Z_k$ ، وقتیکه S^7/Z_k بعنوان یک دسته فیبری $U(1)$ با مختصه φ' (و فرم کیلر $J = d\omega$) روی CP^3 در نظر گرفته می‌شود، $e_7 = (d\varphi' + \omega)$ ، f_1, f_2, f_3 توابع اسکالر برحسب مختصات فضای خارجی اقلیدسی ($EAdS_4$)، $R = 2R_{AdS}$ شعاع انحنا و $\mathcal{E}_4$ ۴- فرم حجمی شعاع واحد آن است، از اتحاد بیانکی $dG_4 = 0$ و معادله حرکت $d *_{11} G_4 - (\mathrm{i}/2)G_4 \wedge G_4 = 0$ ، بدست می‌آوریم:

$$f_3 = -(1/4)f_2 + c_2, \quad f_1 = i\, 32R\, f_3^2 - i\, c_3, \qquad (۲)$$

$$\Box_4\, f_2 - M^2\, f_2 + \delta\, f_2^2 - \lambda\, f_2^3 + F = 0, \qquad (۳)$$

که در آن $\Box_4$ لاپلاسین $EAdS_4$، $M^2 = (1 - 3\, C_3 + 288\, C_2^2)$، $\delta = 144\, C_2$ ، $\lambda = 24$، $F = 2(C_2 - 3\, C_2\, C_3 + 96\, C_2^3)$ با $R_{AdS} = 1$ ، $c_j = C_j/R$ $(j = 1,2,3)$ با C_j ثابت و از حالا به بعد $f_2 \equiv f$ ؛ و همچنین، توجه داریم که زمینه skew-whiffed ABJM از رابطه (۲) با $c_3 = 1$ محقق می‌شود.

از طرفی دیگر، از صفر قراردادن تانسورهای انرژی تکانه برای مولفه‌های خارجی و داخلی معادلات اینشتین (چراکه برای داشتن موجودات توپولوژیک، پس‌کنش باید صفر باشد) بترتیب داریم:

$$\Box_4 f + \frac{1}{2}(-M^2 f + \delta f^2 - \lambda f^3 + F) = 0, \tag{۴}$$

$$\Box_4 f + \frac{3}{4}(-M^2 f \pm \delta f^2 - \lambda f^3 \pm F) - \left(-\frac{2}{R^2} f \pm \frac{8\,C_2}{R^3}\right) = 0, \tag{۵}$$

و بنابراین، حل همزمان معادلات (۴) و (۳) یک جواب ثابت بدیهی و یا جواب زیر (با متریک پوانکاره $ds^2_{EAdS_4} = R^2_{AdS}\,(du^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2)/u^2$)، متناظر با عملگر حاشیه ای دقیق مرزی با بعد $\Delta_+ = 3$ ، را می‌دهد:

$$\Box_4 f = 0 \;\Rightarrow\; f(u,\vec{u}) = C_4 + \frac{C_5\,u^3}{[u^2 + (\vec{u} - \vec{u}_0)^2]^3}. \tag{۶}$$

به همین ترتیب، حل همزمان معادلات (۵) و (۳)، معادله و جواب دقیق زیر، برای (شبه)اسکالر جفت شده همدیس $m^2 R^2_{AdS} = -2$ ، متناظر با عملگر مربوط مرزی با ابعاد برهنه $\Delta_\mp = 1, 2$ ، را می‌دهد:

$$\Box_4 f - \frac{4}{R^2}(-2\,f + 8\,c_2) = 0 \Rightarrow f(u,\vec{u}) = \frac{4\,C_2}{R} + \frac{2\,b_0}{R}\,\frac{u}{[(u + a_0)^2 + (\vec{u} - \vec{u}_0)^2]}, \tag{۷}$$

که $\vec{u} = (x, y, z)$ و $\vec{u}_0 = (b_1, b_2, b_3)$ با a_0 و b_j ها بعنوان مدول‌های جواب، که بترتیب مشخص‌کننده اندازه و مکان اینستنتون روی مرز هستند. سپس، با توجه به $f(u \to 0, \vec{u}) \approx \alpha(\vec{u})\,u^{\Delta_-} + \beta(\vec{u})\,u^{\Delta_+}$ برای رفتار نزدیک مرز (۷) داریم:

$$\alpha(\vec{u}) = \frac{2}{R}\,\frac{b_0}{[a_0^2 + (\vec{u} - \vec{u}_0)^2]},\quad \beta(\vec{u}) = -\frac{2}{R}\,\frac{2\,b_0\,a_0}{[a_0^2 + (\vec{u} - \vec{u}_0)^2]^2} \Rightarrow\; \beta = -\frac{2\,a_0}{b_0}\,\alpha^2; \tag{۸}$$

که خواهیم دید متناظر با تغییر شکل سه- ردی نظریه میدان ۳- بعدی مرزی است. بعلاوه، مقدار تصحیح کنش ابرگرانشی، برپایه جواب (۸)، در واحد حجم ۷- بعدی داخلی، می‌شود:

$$\tilde{S}^{corr.}_{11} \approx \frac{1}{5}\frac{b_0^2}{a_0^2}\left(\frac{3\,k^3}{\pi^6\,R^5}\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{۹}$$

که متناهی است، با این توجه که اینستنتون در مبداء ($\vec{u}_0 = 0$) یک سه- کره با شعاع $r = |\vec{u}|$ در بینهایت (S^3_∞)، می‌نشیند.

از طرفی دیگر، برای پرداختن به جوابهای مرزی، توجه داریم که جواب آزمایشی (۱) و نیز (۸)، تکتایه $SU(4) \times U(1)$ هستند و غشاءهای M خمیده حول فضای داخلی در زمینه پادغشاءهای M2 ، نیز سبب شکستن تمام ابرتقارن ($\mathcal{N} = 8 \to 0$) و پاریته می‌شوند و لذا گروه پیمانه ای ضربی مدل ABJM را می‌توان، در اثر اضافه نمودن یک غشاء، بصورت $U(N+1)_k \times U(N)_{-k}$ نوشت و سپس در حد $k \to \infty$ ، تنها قسمت $U(1)$ باقی می‌ماند که آنرا مربوطه به A_i^+ از $A_i^\pm \equiv (A_i \pm \hat{A}_i)$ می‌گیریم با $A_i^- = 0$ که بعنوان تقارن باریونی عمل می‌کند و (شبه)اسکالرهای ما نسبت به آن خنثی هستند. برای تحقق شکست ابرتقارن و عملگرهای تکتایه مرزی نیز از تبادل سه نمایش $SO(8) \to SU(4) \times U(1)$ برای گراویتینو که بصورت $8_s = 1_{-2} \oplus 1_2 \oplus 6_0$, $8_c = 4_{-1} \oplus 4_1$, $8_v = 4_{-1} \oplus 4_1$ هستند، بطریقی که در [2] توضیح داده شده است، استفاده می‌نماییم.

عبارت‌های کلی برای کنش‌های موثر مرزی متناظر با شرایط مرزی نیومن یا ترکیبی و دیریکله برای (شبه)اسکالر جفت شده همدیس حجمی در زمینه ثابت هندسی AdS_4 ، از روش هامیلتونین- ژاکوبی در [3] بدست آمده است، که با شرط مرزی اول، ما آنرا در قالب مدل بوزونی عادی (RB) بصورت زیر می‌نویسیم:

$$S_{RB} = S^+_{CS} + \int d^3\vec{u}\,\left[\frac{1}{2}(\partial_i\varphi)^2 + \frac{1}{2}m_b^2\,\varphi^2 - \frac{\lambda_6}{6}\,(\varphi^2)^3\right], \tag{۱۰}$$

با $g_6 \equiv -\lambda_6$ ، $\lambda_6 > 0$ و $m_b^2 = 3/(4R_0^2)$ با $R_0 \to \infty$ برای S^3_∞ ؛ و لاگرانژین CS بصورت

$$\mathcal{L}^+_{CS} = \frac{ik}{4\pi}\varepsilon^{kij}\;tr\left(A_i^+\partial_j A_k^+ + \frac{2i}{3}A_i^+ A_j^+ A_k^+\right). \tag{۱۱}$$

در این راه، توجه داریم که پتانسیل موثر هولوگرافیک $V_{eff.}(\alpha) = \frac{1}{3}(\hat{h}_0 - \hat{h})\alpha^3$ با $\alpha = \langle\mathcal{O}_1^+\rangle \sim tr(y\bar{y}) \sim \varphi^2$ (که در آن اسکالر تکتایه مرزی $y = \varphi\,I_N$ ، φ تابع اسکالر و I_N ماتریس واحد است)، برای $\hat{h} > \hat{h}_0$ (یا $g_6 > g_6^c$ با تعریف $g_6^c = 2\,\hat{h}_0$ و $g_6 = 2\,\hat{h}$) از زیرنامقید است و لذا پیکربندی‌های مرزی در یک زمان متناهی به سبب خانواده نامتناهی از اینستنتون‌ها روی S^3 واپاشیده می‌شوند؛ در نتیجه، جواب و مقدار کنش اینستنتونی مربوطه از (۱۰) می‌شوند:

$$\varphi = \left(\frac{3}{\lambda_6}\right)^{1/4}\left[\frac{a}{a^2 + (\vec{u} - \vec{u}_0)^2}\right]^{1/2},\qquad \tilde{S}^c_{RB} = \sqrt{\frac{3}{\lambda_6}}\frac{\pi^2}{4}, \tag{۱۲}$$

که متناظر با جواب حجمی (۸) طبق $\alpha = \varphi^2$ با $a = a_0$ و $b_0 = a\,(3/\lambda_6)^{1/2}$ است. چنین جوابهای $SO(4)$- ناوردای اقلیدسی، سرشت bounce دارند و می‌توان آنها را حباب‌های فوبینی (Fubini bubbles) یا حباب‌های خلاء صحیح، که درون

حباب‌های خلاء کاذب تشکیل می‌شوند، نیز درنظر گرفت که درآنصورت، چهار تقارن شکسته شده از $SO(4,1)$ برای انبساط و انتقال حباب به اطراف در حجم ۴- بعدی عمل می‌کنند [4]. بعلاوه، توجه داریم که جواب (۱۲) با جواب مد بی‌جرم حجمی (۶) در نزدیک مرز، نیز طبق $\langle \mathcal{O}_1^3 \rangle \sim tr(y\bar{y})^3 \sim \alpha^3$ منطبق می‌شود.

کنش موثر مرزی با شرط مرزی دوم/دیریکله را نیز در قالب مدل فرمیونی عادی (RF) بصورت زیر می‌نویسیم:

$$S_{RF} = S_{CS}^{+} + \int d^3\vec{u}\,\left[tr(\bar{\psi}\,\gamma^i\partial_i\psi) + m_f\,tr(\psi\bar{\psi})\right], \qquad (۱۳)$$

که در آن فرمیون تکتایه مرزی را بصورت $\psi_{\hat{a}}^{a} = \delta_{\hat{a}}^{a}\,\psi$ و ماتریس‌های گامای اقلیدسی $\vec{\gamma} = (\sigma_2, \sigma_1, \sigma_3)$ با $\sigma_i^{\dagger} = \sigma_i$ هستند. جواب و مقدار کنش اینستنتونی مربوطه (با χ بعنوان اسپینور ثابت بی بعد با $\chi^{\dagger}\chi = 1$) نیز می‌شوند:

$$\psi = \tilde{b}\,\frac{[\tilde{a} + i(\vec{u} - \vec{u}_0).\vec{\gamma}]^{\varsigma}}{[\tilde{a}^2 + (\vec{u} - \vec{u}_0)^2]^{3/2}}\,\chi, \qquad \tilde{S}_{mRF}^{c.} = \frac{27\,\pi^2}{2}, \qquad (۱۴)$$

با $\varsigma = 1$ ؛ و بعنوان تست اولیه‌ای از تناظر حالت- عملگر، عبارت $\langle \mathcal{O}_2^{-} \rangle_{\alpha} \sim tr(\psi\bar{\psi}) = \tilde{b}^2/([\tilde{a}^2 + (\vec{u} - \vec{u}_0)^2]^2) \sim \beta(\vec{u})$ را داریم که با (۸) متناظر است با $a_0 = \tilde{a}$ و $b_0 = \tilde{b} = a_0$.

همچنین، شارگروه بازبهنجارش را از نظریه مرزی در ماوراء بنفش (UV) (که نظریه RB آنجاست) به مادون قرمز (IR) داریم، که البته نظریه اخیر بعنوان تغییر شکلی دو- ردی $(\langle \mathcal{O}_1^2 \rangle \sim tr(y\bar{y})^2)$ از نظریه قبلی درنظر گرفته می‌شود و نظریه بوزونی بحرانی (CB) نامیده می‌شود با کنش:

$$S_{CB} = S_{CS}^{+} + \int d^3\vec{u}\,\left[\frac{1}{2}(\partial_i\varphi)^2 + \frac{1}{2}m_b^2\,\varphi^2 - \frac{\lambda_4}{4}(\varphi^2)^2\right], \qquad (۱۵)$$

که از میان جواب‌های اختلالی آن، می‌توان جواب ساده زیر را، که تناظر را با $a_0 = 0$ در α از (۸) نیز تصدیق می‌نماید، نوشت:

$$\varphi = \frac{\tilde{c}}{r} \Rightarrow \langle \mathcal{O}_2^{+} \rangle_{\beta} \sim tr(y\bar{y})^2 \sim \alpha^2 \sim \frac{1}{r^4}, \qquad (۱۶)$$

بعنوان نکته آخر، در اینجا برای نمونه به تایید دوگانی بوز- فرمی (BF duality) - برای نمونه [5] را ببینید- جوابها و تناظر برای مدلهای RF و CB نگاه می‌کنیم که برای جواب فرمیونی عادی بی‌جرم (که با $\varsigma = 2$ و $\tilde{a} = 0$ از (۱۴) محقق می‌شود) و جواب بوزونی بحرانی (۱۶)، دوگانی BF دقیق $\varphi \leftrightarrow \psi$ با $\tilde{a} = 0$ و $\tilde{b} = \tilde{c}$ و بصورت زیر محقق می‌شود:

$$tr(y\bar{y}) \sim tr(\psi\bar{\psi}) \sim \frac{\tilde{b}^2}{r^2}. \qquad (۱۷)$$

نتیجه‌گیری

در ابرگرانش ۱۱- بعدی، با شامل نمودن اثرات پس‌کنش، جواب‌های دقیق جایگزیده شکننده ابرتقارن و $SO(4)$ ناوردای جدیدی را برای (شبه)اسکالرهای بی‌جرم و جفت شده همدیس در فضای AdS_4 اقلیدسی یافتیم که در مورد اخیر، متناظر با تغییرشکل سه-ردی و پتانسیلی نامقید از زیر و سبب ناپایداری بواسطه اینستنتون منجر به تکینگی نابودی بزرگ می‌شود. سپس، با تحلیل های نزدیک مرز از تناظر $\mathrm{AdS_4/CFT_3}$ و ارائه کنش‌های موثر مرزی در قالب مدل‌های بوزونی و فرمیونی عادی و بحرانی، اینستنتون‌های جدید را در آنها یافتیم و ضمن ارائه تفسیرهای فیزیکی، دوگانی بوز- فرمی را برای جوابهای بدست آمده نیز تایید نمودیم.

مرجع ها

[1] M. Naghdi, *Fortschr. Phys.* **67**, 1800044 (2018), [arXiv: 1708.02530 [hep-th]].
[2]M. Naghdi, [arXiv: 2002.06547 [hep-th]].
[3] I. Papadimitriou, *JHEP* 0705, **075** (2007), [arXiv: hep-th/0703152].
[4] J. L. F. Barbon and E. Rabinovici, *JHEP* 1104, **044** (2011), [arXiv: 1302.5534 [hep-th]].
[5] O. Aharony, S. Jain and Sh. Minwalla, *JHEP* 1812, **058** (2018), [arXiv: 1808.03317 [hep-th]].